Vaasan yliopiston DI-maisterivalinnan esitehtävät 2020

Vaasan yliopiston maisterivalinnassa diplomi-insinöörin (DI) tutkintoon (2 v) hakijan on suoritettava ennakkoon ilmoitetut esitehtävät. Esitehtävillä mitataan opiskelijan valmiuksia suoriutua opinnoissa Energia- ja informaatiotekniikan DI-ohjelmassa. Esitehtävät on suoritettava hyväksytysti, jotta voi tulla valituksi, mutta ne eivät anna lisäpisteitä opiskelijavalintaan. Esitehtävän jälkeistä valintakoetta ei ole. Esitehtävät ovat matematiikkaan ja fysiikkaan painottuvia soveltavia tehtäviä.

Tehtävien ratkaisuun liittyviä ohjeita. Esitehtäviä on viisi kappaletta. Sijoita kunkin tehtävän ratkaisut omille sivuilleen. Laadi ratkaisut selkeästi välivaiheineen ja vastaa kunkin tehtävän osalta myös kaikkiin mahdollisiin alakohtiin, tarvittaessa kirjoita ratkaisu uudelleen puhtaaksi. Tehtävät arvostellaan kokonaisuuksina, eivätkä alakohdat arvioinnissa välttämättä ole samanarvoisia. Tehtävien ratkaisujen tulisi sisältää myös annetun vastauksen perustelut. Tehtävät arvostellaan ja pisteytetään normaalien tenttivastausten tavoin ja kunkin tehtävän kohdalla laskennallinen maksimipistemäärä on sama. Osaan tehtävistä liittyy hakusanoja, jotka ohjaavat hankkimaan tarvittavia taustatietoja tehtävän ratkaisemiseksi.

Tehtävien ratkaisut tulee palauttaa viimeistään 8.4.2020 klo 15:00. Tehtävien ratkaisut tulee palauttaa viimeistään 8. huhtikuuta 2020 klo 15.00 mennessä. Esitehtävien vastausten on oltava perillä määräaikaan mennessä ja ne palautetaan Opintopolun kautta muiden hakemuksen liitteiden yhteydessä.

Mikäli esitehtävä-tiedosto (pdf) ei aukea koneellasi, otathan yhteyttä hakijapalveluihin (hakijapalvelut@univaasa.fi) tai puh. 029 449 8005.

Esitehtävät 2020

1. Laske l'Hospitalin säännön avulla seuraavat raja-arvot

$$\text{a) } \lim_{x\to 2}\frac{x^2-4x+4}{x^3-3x^2+4}, \quad \text{b) } \lim_{x\to 0}\frac{1-\cos x}{x^2+\sin^2 x}, \quad \text{c) } \lim_{x\to\infty}\frac{xe^x\ln x}{e^{x^2}}.$$

Huom. Pelkät vastaukset eivät riitä, vaan kaikki tarvittavat välivaiheet ja perustelut l'Hospitalin sääntöä sovellettaessa on esitettävä tehtävän ratkaisussa.

Hakusana: *l'Hospitalin sääntö (tai l'Hôpitalin sääntö)*

2. Tarkastellaan yhtälöryhmää

$$\begin{cases} x + 2y = 4 \\ 2x + 4y = 8 \end{cases} \quad \Leftrightarrow \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 8 \end{pmatrix} \tag{1}$$

Yhtälöryhmällä on kaksi ratkaisua, $\vec{v}_1 = \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \end{pmatrix}$ ja $\vec{v}_2 = \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}$.
Myös näiden kahden ratkaisun keskiarvo $\vec{v}_3 = \frac{\vec{v}_1+\vec{v}_2}{2}$ on yhtälöryhmän (1) ratkaisu. Voimme muotoilla seuraavan periaatteen:

Periaate: *Jos $\vec{v}_1$ ja $\vec{v}_2$ ovat mitkä tahansa kaksi yhtälöryhmän (1) ratkaisua, niin myös niiden keskiarvo on yhtälöryhmän (1) ratkaisu.*

a) Osoita periaate oikeaksi.

b) Osoita oikeaksi seuraava väite: Olkoot $\vec{v}_1$ ja $\vec{v}_2$ mitkä tahansa kaksi yhtälöryhmän (1) ratkaisua ja olkoon $\vec{v}_3$ ratkaisujen $\vec{v}_1$ ja $\vec{v}_2$ keskiarvo. Silloin myös ratkaisujen $\vec{v}_1$ ja $\vec{v}_3$ keskiarvo on yhtälöryhmän (1) ratkaisu.

c) Miten yleistäisit annetun periaatteen?

Hakusanat: *Yhtälöryhmän ratkaiseminen, lineaarikombinaatiot*

3. Kahdessa suoran ympyrälieriön muotoisessa, tasapäisessä (lasi)putkilossa säilytetään nestettä. Putkiloilla P_1 ja P_2 on sama tilavuus ja niiden pituudet ovat L_1 ja L_2 sekä halkaisijat D_1 ja $D_2 = pD_1$, missä $0 < p \leq 1$. Kuljetusta ja varastointia varten putkilot pakataan vaaka-asennossa samaan laatikkoon, jonka pituus on L, korkeus $K = D_1$ ja leveys S.

Putkilon P_1 pituudeksi mitataan $L_1 = 200\,\text{mm}$ ja halkaisijaksi $D_1 = 20\,\text{mm}$.

a) Mikä on pakkaamiseen käytettävän laatikon vähimmäispituus L, kun $p = 3/4$?

b) Mikä on laatikon vähimmäisleveyden S oltava, että molemmat putkilot saadaan mahtumaan sen sisälle, kun $p = 3/4$?

c) Entä, millä vakion p $(0 < p \leq 1)$ arvolla laatikon tilavuus saadaan mahdollisimman pieneksi?

Hakusana: *Ympyrälieriö*

4. Lingotaan pieni rautakuula korkeudelta h_0 suoraan ylöspäin.

a) Määritä kappaleen korkeutta approksimoiva PNS-polynomi, kun mittaamalla on saatu seuraavat tulokset:

t/s	h/m
1	22
2	32
3	34
4	23
5	5

b) Millaisen arvion saat heittopisteen korkeudelle h_0, kuulan lähtönopeudelle v_0 ja putoamiskiihtyvyydelle g?

c) Piirrä myös mittauspisteet ja polynomin $p(t)$ kuvaaja samaan kuvaan.

Hakusana: *Pienimmän neliösumman menetelmä*

5. Valitse mielestäsi kolme tärkeintä uusiutuvaa energialähdettä. Perustele valintasi ja pohdi valitsemiesi energialähteiden merkitystä Suomelle lähitulevaisuudessa useasta eri näkökulmasta. Tehtävän arvostelussa kiinnitetään huomiota asiasisällön lisäksi esityksen rakenteeseen, selkeyteen ja omaleimaisuuteen.
Vastauksen maksimipituus on 2x A4.