

# Vaasan yliopiston DI-maisterivalinnan esitehtävät 2021

Vaasan yliopiston maisterivalinnassa diplomi-insinöörin (DI) tutkintoon (2 v) hakijan on suoritettava ennakkoon ilmoitetut esitehtävät. Esitehtävillä mitataan opiskelijan valmiuksia suoriutua opinnoissa Energia- ja informaatiotekniikan DI-ohjelmassa. Esitehtävistä annettavat tehtäväpisteet ovat enintään  $5 * 6 = 30$  pistettä, jotka muutetaan suoraan valintapisteiksi. Valinnan kokonaispisteytys on nähtävillä Opintopolussa. Esitehtävän jälkeistä valintakoetta ei ole. Esitehtävät ovat matematiikkaan ja fysiikkaan painottuvia soveltavia tehtäviä.

**Tehtävien ratkaisuun liittyviä ohjeita.** Esitehtäviä on viisi kappaletta. Sijoita kunkin tehtävän ratkaisut omille sivuilleen. Laadi ratkaisut selkeästi välivaiheineen ja vastaa kunkin tehtävän osalta myös kaikkiin mahdollisiin alakohtiin, tarvittaessa kirjoita ratkaisu uudelleen puhtaaksi. Tehtävät arvostellaan kokonaisuuksina, eivätkä alakohdat arvioinnissa välttämättä ole samanarvoisia. Tehtävien ratkaisujen tulisi sisältää myös annetun vastauksen perustelut. Tehtävät arvostellaan ja pisteytetään normaalien tenttivastausten tavoin ja kunkin tehtävän kohdalla laskennallinen maksimipistemäärä on sama. Osaan tehtävistä liittyy hakusanoja, jotka ohjaavat hankkimaan tarvittavia taustatietoja tehtävän ratkaisemiseksi.

**Tehtävien ratkaisut tulee palauttaa viimeistään 7.4.2021 klo 15:00.** Esitehtävien vastausten on oltava perillä määräaikaan mennessä ja ne palautetaan Opintopolun kautta muuten hakemuksen liitteiden yhteydessä.

Mikäli esitehtävä-tiedosto (pdf) ei aukea koneellasi, otathan yhteyttä hakijapalveluihin (hakijapalvelut@univaasa.fi) tai puh. 029 449 8005.

# Esitehtävät 2021

1. Laske seuraavat raja-arvot

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x}{x - 2x^2} - \frac{e^x}{x}, \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow 0} \sin x \ln |x|, \quad \text{c) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{xe^x - \sin x \cos x}{x \sin x}.$$

**Huom.** Pelkät vastaukset eivät riitä, vaan kaikki tarvittavat välivaiheet ja perustelut muun muassa l'Hospitalin sääntöä sovellettaessa on esitettävä tehtävän ratkaisussa.

**Hakusana:** *l'Hospitalin sääntö (tai l'Hôpitalin sääntö)*

2. Funktion  $y = \cos x$  kuvaaja rajaa  $x$ -akselin kanssa välille  $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$  alueen  $C$ , jonka sisälle piirretään suorakulmio  $S$ , jonka sivut ovat koordinaattiakselien suuntaisia. Määritä suorakulmion  $S$  suurin mahdollinen pinta-ala  $A$ , joka sillä alueessa  $C$  voi olla. Anna vastaus vähintään neljän desimaalin tarkkuudella. Esitä laskusi välivaiheineen ja sovelta maksimin etsimisessä apuna Newtonin menetelmää. Esitä käyttämäsi Newtonin menetelmän mukainen iteraatiokaava sekä valittu alkuarvo ja iteraatiokertojen lukumäärä, jolla haluttu tarkkuus saavutetaan.

**Hakusanat:** *Funktion lokaali ääriarvo, Newtonin menetelmä*

3. Lentokentän tax free läpi kulkee tuhansia asiakkaita päivässä. Kassapiste pystyy palvelemaan keskimäärin  $m$  asiakasta tunnissa. Asiakkaita tulee keskimäärin 100 tunnissa, joten kassapisteen kuormituskerroin on

$$\rho = \frac{100}{m}.$$

Oletamme, että  $m > 100$ . Klassisen jonoteorian mukaan todennäköisyys sille, että palveltavana (kassalla ja kassajonossa) on yhteensä  $n$  asiakasta on

$$p(n) = (1 - \rho)\rho^n$$

(a) Laske palvelussa (palveltavana ja jonottamassa) olevien asiakkaiden lukumäärän odotusarvo.

(b) Palvelukapasiteetin ylläpito aiheuttaa päivittäisen kustannuksen  $5m$ , ja myös jonon venyessä jonot aiheuttavat sitä, että asiakkaita meneekin ohi, vaikka muuten tulisivat ostamaan. Tästä aiheutuu tulon menetyksiä, jonka määrä on verrannollinen asiakkaiden määrän neliöön. Jos tarkkailemme palvelusysteemiä yhden minuutin ( $dt = 1 \text{ min}$ ), jolloin palveluteho on  $m$  ja systeemissä olevien asiakkaiden määrä  $n$ , niin minuutin aikana aiheutuu kustannus

$$C(m, n) = 5m/N + n^2/N,$$

missä  $N = 1440$  on minuuttien määrä vuorokaudessa.

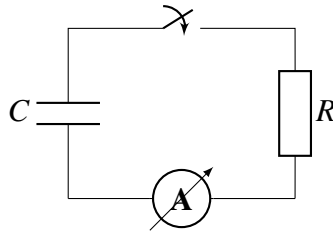
Mikä on nyt optimaalinen arvo  $m$ :lle, kun yrittäjä haluaa minimoida odotettavissa olevan, vuorokaudessa kertyvien kustannusten ja tulonmenetysten summan  $\sum_{t=1}^{1440} C(m, n)$ ? (Derivointi saattaa mennä mutkikkaaksi. Siksi riittää, jos pystyt numeerisesti laskemaan minimoitavan suureen arvot muuttujan  $m$  arvoilla 101...140 ja valitsemaan niistä pienimmän.)

**Hakusanat:** *Odotusarvo, Jonosysteemi, Expected value, Queuing system*

4. Tarkastellaan Kuvan 1  $RC$ -piiriä. Kytкин suljetaan hetkellä  $t = 0$  jolloin piirissä piirissä kulkeva virta on  $i_0$ .

(a) Johda Kirchoffin jännitelain avulla seuraava kaava piirissä kulkevalle virralle:

$$i(t) = i_0 e^{-\frac{1}{RC}t}. \quad (1)$$



Kuva 1:  $RC$ -piiri

(b) Arvioi kondensaattorin kapasitanssia  $C$  ja virtaa  $i_0$  käyttäen sopivaa pienimmän neliösumman polynomia, kun  $R = 10 \text{ k}\Omega$  ja mittaamalla on saatu piirin virralle seuraavat arvot:

$t/\text{s}$	5	10	15	20
$i/\text{mA}$	90	80	73	68

(c) Piirrä taulukon pisteet ja approksimoidun virran  $i(t)$  kuvaaja samaan kuvaan, käyttäen sopivaa matemaattista ohjelmistoa.

*Ohje:* Datan linearisointi

**Hakusanat:** Kirchoffin jännitelaki, pienimmän neliösumman menetelmä

5. Valitse mielestäsi kolme tärkeintä uusiutuvaa energialähdettä. Perustele valintasi ja pohdi valitsemiesi energialähteiden merkitystä Suomelle lähitulevaisuudessa useasta eri näkökulmasta. Tehtävän arvostelussa kiinnitetään huomiota asiasisällön lisäksi esityksen rakenteeseen, selkeyteen ja omaleimaisuuteen.

Vastauksen maksimipituus on 2x A4.