

Vaasan yliopiston DI-maisterivalinnan esitehtävät 2018

Vaasan yliopiston maisterivalinnassa diplomi-insinöörin (DI) tutkintoon (2 v) hakijan on suoritettava ennakkoon ilmoitetut esitehtävät. Esitehtävillä mitataan opiskelijan valmiuksia suoriutua opinnoissa Energia- ja informaatiotekniikan DI-ohjelmassa. Esitehtävät on suoritettava hyväksytysti, jotta voi tulla valituksi, mutta ne eivät anna lisäpisteitä opiskelijavalintaan. Esitehtävän jälkeistä valintakoetta ei ole. Esitehtävät ovat matematiikkaan ja fysiikkaan painottuvia soveltavia tehtäviä.

Tehtävien ratkaisuun liittyviä ohjeita. Esitehtäviä on viisi kappaletta. Sijoita kunkin tehtävän ratkaisut omille sivuilleen. Laadi ratkaisut selkeästi välivaiheineen ja vastaa kunkin tehtävän osalta myös kaikkiin mahdollisiin alakohtiin, tarvittaessa kirjoita ratkaisu uudelleen puhtaaksi. Tehtävät arvostellaan kokonaisuuksina, eivätkä alakohdat arvioinnissa välttämättä ole samanarvoisia. Tehtävien ratkaisujen tulisi sisältää myös annetun vastauksen perustelut. Tehtävät arvostellaan ja pisteytetään normaalien tenttivastausten tavoin ja kunkin tehtävän kohdalla laskennallinen maksimipistemäärä on sama. Osaan tehtävistä liittyy hakusanoja, jotka ohjaavat hankkimaan tarvittavia taustatietoja tehtävän ratkaisemiseksi.

Tehtävien ratkaisut tulee palauttaa viimeistään 13.4.2018 klo 15:00. Esitehtävien vastauksen on oltava perillä määräaikaan mennessä, pelkkä palautuspäivämäärän postileima ei riitä. Tehtävien ratkaisut palautetaan joko sähköpostilla (skannattuna tai pdf-tiedostona) osoitteeseen: **hakijapalvelut@uva.fi**

tai paperiversioina postitse osoitteeseen:

Vaasan yliopisto, Hakijapalvelut, PL 700, 65101 Vaasa

Esitehtävät 2018

1. Tasaiselle nurmikkoalustalla olevaan pohjaltaan ympyränmuotoisen viljasäiliön ulkoseinään kiinnitetään köydellä Wagner-minipossu. Nurmikolla viljasäiliön vastakkaisella puolella on vesipiste, josta etäisyys säiliön seinämään on $r = d/2$, missä d on viljasäiliön halkaisija. Vesipisteen ja kiinnityspisteen kohtisuora etäisyys on $r + d$, mutta Wagner joutuu kiertämään rehusäiliön seinämän kulkiessaan juomapisteele. Selvitä mikä köyden vähimmäispituuden on oltava, jotta Wagner pääsisi juomaan vettä vesipisteestä.

Huom. Laskussa ei huomioida Wagnerin ulottuvuuksia (köyden kiinnityskohtaa Wagneriin) ja lisäksi oletetaan, että vesipiste ja köyden kiinnityspiste seinällä ovat samalla korkeudella.

2. Olkoon käyrän $y = f(x)$ ($f(x) \geq 0$) ja x -akselin sekä suorien $x = a$ ja $x = b$ ($a < b$) rajoittaman tasoalueen pinta-ala A . Tasoalueen ”painopiste” (x_p, y_p) saadaan kaavoilla

$$x_p = \frac{1}{A} \int_a^b x f(x) dx, \quad y_p = \frac{1}{A} \int_a^b \frac{f(x)^2}{2} dx.$$

Totea laskemalla, että käyrän $y = |\ln(x)|$, x -akselin sekä suorien $x = 0$ ja $x = 1$ rajoittaman tasoalueen pinta-ala A on äärellinen. Laske myös kyseisen tasoalueen painopiste. Sijaitseeko painopiste kyseisen tasoalueen sisäpuolella?

Hakusanat: *Epäoleellinen integraali, osittaisintegrointi.*

3. Olkoon S reaalisten symmetristen 2×2 matriisien vektoriavaruus

$$S = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} \mid a, b, c \in \mathbb{R} \right\}.$$

Olkoon f lineaarikuvaus

$$f: S \rightarrow S, \quad \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} a & 3b+2c \\ 3b+2c & a+2b \end{pmatrix}.$$

Jos symmetrinen matriisi $\mathbf{M}_k = \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix} \in S$ ja reaaliluku $\lambda_k \in \mathbb{R}$ toteuttavat yhtälön

$$f(\mathbf{M}_k) = \lambda_k \mathbf{M}_k \tag{1}$$

niin sanomme, että λ_k on lineaarikuvauksen f ominaisarvo ja matriisi \mathbf{M}_k sitä vastaava ominaisvektori (ominaismatriisi).

- a) Sijoita \mathbf{M}_k yhtälöön (1) ja kirjoita yhtälöryhmänä ne kolme yhtälöä jotka a :n, b :n ja c :n tulee toteuttaa.
- b) Millä λ_k :n arvoilla yhtälöryhmällä on ei-triviaaleja ratkaisuja? Nämä λ :n arvot ovat lineaarikuvauksen f ominaisarvot λ_1 , λ_2 ja λ_3 .
- c) Määritä lopuksi ominaisarvoja λ_1 , λ_2 ja λ_3 vastaavat ominaisvektorit \mathbf{M}_1 , \mathbf{M}_2 ja \mathbf{M}_3 , jotka ovat nyt matriiseja.

Vihje: Kertaa tavallisen ominaisarvotehtävän ratkaiseminen.

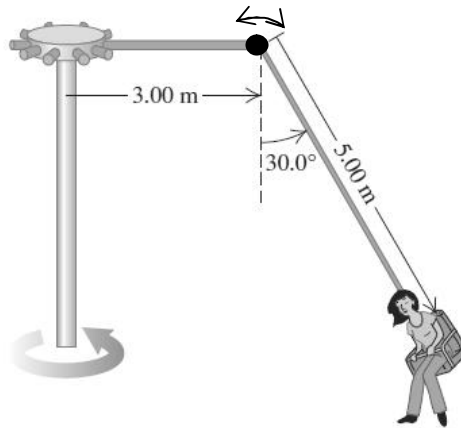
4. Alla olevan kuvan karuselli pyörii vakio kulmanopeudella ja karusellissä istuvan naisen massa on 60,0 kg.

a) Laske karusellin kulmanopeus seuraavissa tilanteissa:

1. jos kuvan 5,00 m pitkä (jäykkä ja homogeeninen) varsi on massaton.
2. jos edellä mainitun varren massa on 30 kg.

b) Jos karuselliä pyöritetään sähkömoottorilla 1,00 kW teholla, niin kuinka suuri on moottorin tuottama vääntömomentti tehtävän a-kohdan tilanteessa 1. ratkaistulla kulmanopeudella?

Hakusanat: Pyörimisliike, Keskeiskiihtyvyys



5. Valitse mielestäsi kolme tärkeintä uusiutuvaa energialähdettä. Perustele valintasi ja pohdi valitsemiesi energialähteiden merkitystä Suomelle lähitulevaisuudessa useasta eri näkökulmasta. Tehtävän arvostelussa kiinnitetään huomiota asiasisällön lisäksi esityksen rakenteeseen, selkeyteen ja omaleimaisuuteen. Vastauksen maksimipituus on 2 x A4.