



MATEMATIIKKA MATHEMATICS

(MATH- SEKÄ MATHC -KOODIEN OPINTOJAKSOT)
(COURSE CODES MATH AND MATHC)

Perusopinnot Core Studies

■ Algebra I *Algebra I*

Koodi: MATH1010

Laajuus: 4 op

Edellytykset: Matematiikan peruskurssi ja Lineaarialgebra I

Osaamistavoitteet: opiskelija oppii perustiedot algebran keskeisistä peruskäsitteistä kuten lukujärjestelmistä, polynomeista ja jaollisuudesta sekä alkeet abstrakteista algebrallisista rakenteista kuten ryhmistä, renkaista ja kunnista lähinnä käytännön sovellusten kautta, opintojakson suoritettuaan opiskelija osaa esittää luvun eri lukujärjestelmissä, hallitsee Eukleideen algoritmin ja modulaararitmetiikan ja osaa soveltaa näitä RSA-salakirjoitukseen ja suurten lukujen aritmetiikkaan, opiskelija ymmärtää ryhmän ja kunnan käsitteet ja osaa soveltaa syklisten ryhmien teoriaa Diffie-Hellmanin avaimenvaihtoprotokollassa sekä diskreetin logaritmiin perustuvassa salakirjoituksessa, opiskelija osaa myös konstruoida kuntia ja ymmärtää niiden yhteyden polynomien jaollisuusoppiin. Opintojakso kehittää kriittistä ajattelua ja analyttisyyttä, ongelmanratkaisutaitoja, suullista ilmaisua (harjoitustehtävien ratkaisujen esittäminen, kirjallinen ja sanallinen selostus harjoitustunneilla).

Sisältö: lukujärjestelmät, kokonaislukujen ja polynomien jaollisuusoppia ja näihin liittyviä algoritmeja, ryhmien, renkaiden ja kuntien alkeita, sovelluksia: suurten lukujen aritmetiikka, RSA-salakirjoitus, Diffien ja Hellmanin avaimenvaihtoprotokolla, diskreettiin logaritmiin perustuva salakirjoitus

Oppimateriaali ja kirjallisuus:

1. luentomateriaali
oheislukemistona
 - Hardy D.W. and C.L. Walker, Applied algebra, codes, ciphers and discrete algorithms

Toteutustavat: luennot 24 h, harjoitukset 12 h

Opiskelijan työmäärä: 108 h, josta lähiopetusta 36 h

Suoritustavat: hyväksytyt osallistuminen harjoituksiin ja tentti

Opetus- ja suorituskielet: suomi

Arvostelu: asteikolla 1-5 tai hylätty

Vastuuhenkilö: Marko Moisio

Opettaja: Marko Moisio

Vastuuoorganisaatio: Tekniikan ja innovaatiojohtamisen akateeminen yksikkö

Lisätietoja:

■ Complex Analysis and Integral Transforms *Kompleksianalyysi ja Integraalimuunnokset*

Code: MATHC1220

Credits: 5 ECTS

Prerequisites: basic studies in mathematics (Calculus and Linear Algebra I and II)

Learning Outcomes: In the first half of the course students learn basic facts on complex functions, their differential and integral calculus, in particular, get familiar with elementary complex functions, are able to differentiate and integrate such functions, as well as solve equations in complex domain involving such functions, students learn to check whether a function is analytic, calculate line integrals in the complex domain by means



of parametric representations, Cauchy formulas, partial fractions and residue methods, students learn basic facts on Laurent series and their connection to residue calculus. In the second half of the course they learn basic facts on Fourier series, Laplace transforms, and Fourier transforms, in particular, students learn to calculate Fourier series, apply central properties connected with the convergence of Fourier series, they learn to calculate Laplace and Fourier transforms, get familiar with their central properties and are able to apply Laplace and Fourier transforms in solving differential equations, learn to calculate Z transforms and apply them to solve difference equations and they learn to apply residue method in calculating integral transforms. The course develops critical and analytical thinking, problem-solving and decision-making skills, and oral skills (presenting the solutions to assignments in class both in writing and orally), IT-skills (Mathematica, Wolfram Alpha).

Content: First half of the course contains complex numbers, functions of a complex variable, continuity, differentiability, analytic function, Cauchy-Riemann equations, complex line integral, Cauchy integral formulas, Power series, Taylor and Laurent series in complex domain and their convergence properties, residue calculus, residue theorem

Second half of the course contains Fourier series (trigonometric and complex versions) with approximation and applications, Laplace transform, inverse Laplace transform, transfer function, applications to differential equations appearing e.g. in modelling electrical circuits, Fourier transform and Z transform with basic properties and applications e.g. in differential, integral, partial differential and difference equations. A part of exercises is solved and treated with computers applying mathematics software.

Study Materials:

1. Kreyszig, E: Advanced Engineering Mathematics, John Wiley & Sons

Teaching Methods: lectures 20 h (in English), exercises 20 h (in Finnish / English)

Modes of Study: exams and exercises

Language: Finnish/English

Grading: 1-5 or fail

Responsible Person: Seppo Hassi

Teacher(s): Seppo Hassi, Dmytro Baidiuk and Marko Moisio

Responsible Unit: School of Technology and Innovations

Additional Information:

This course can be compensated with VAMK's courses Advanced Analysis (4 sp) and Integral Transform (3 sp).

■ Kompleksianalyysi ja integraalimuunnokset

Complex Analysis and Integral Transforms

Rakennetyyppi: Opintojakso

Koodi: MATHC1220

Tyyppi: Pakollinen (VY TkK) vapaavalintainen (VAMK)

Laajuus: 5 op

Vastuuorganisaatio: VY

Vastuuopettaja (VY) Seppo Hassi

Vastuuopettaja (VAMK): Jarmo Mäkelä

Opettajatiimi: Seppo Hassi, Marko Moisio, Dmytro Baidiuk

Opetuskieli: suomi ja englanti

Opinnon toteutukset, suunniteltu opiskeluvuosi ja lukukausi:

Osaamistavoitteet: Kurssin alkupuoliskolla opiskelija laajentaa tietoaan kompleksifunktioista sekä niiden differentiaali- ja integraalilaskennasta, osaa derivoida ja integroida kompleksimuuttujan alkeisfunktiot ja tuntee niiden perusominaisuudet, osaa ratkaista alkeisfunktioita sisältäviä yhtälöitä, osaa päätellä milloin funktio on analyyttinen, sekä osaa laskea kompleksisia käyräintegraaleja parametrisoitujen, Cauchyn integraalilauseeseen, integraalikaavan, osamurtokehittelmiin sekä residy-lauseen avulla, osaa muodostaa funktion Laurentin sarjoja ja tuntee yhteyden residy-laskentaan. Kurssin loppupuoliskossa opiskelija oppii perustiedot Fourier-sarjoista sekä Laplace- ja Fourier-muunnoksista, osaa laskea Fourier-sarjoja, tietää Fourier-sarjan ja sen summan perusominaisuudet ja osaa soveltaa niitä, osaa muodostaa funktioiden Laplace-muunnoksia ja tuntee niiden perusominaisuudet sekä osaa ratkaista differentiaaliyhtälöitä Laplace-muunnoksen avulla, osaa laskea Fourier-muunnoksia ja tuntee niiden perusominaisuudet, osaa ratkaista differentiaaliyhtälöitä Fourier-muunnoksen avulla, osaa laskea Z-muunnoksia sekä soveltaa niitä differenssiyhtälöihin ratkaisemiseen, osaa soveltaa residy-menetelmää integraalimuunnosten laskemisessa.

Geneeriset taidot: Kriittinen ajattelu ja analyyttisyys, ongelmanratkaisu- ja päätöksentekotaidot, suullinen ilmaisu (harjoitustehtävien ratkaisujen esittäminen, kirjallinen ja sanallinen selostus harjoitustunneilla), IT-taidot (Mathematica, Wolfram Alpha).

Opiskelijan työmäärä: 135 h, josta lähiopetusta 60 h



Edeltävät opinnot / Suositellut valinnaiset opinnot: Matematiikan peruskurssi ja Lineaarialgebra I ja II (VY) tai Matematiikan perusopinnot (VAMK) ja Vektorianalyysi (VAMK)

Sisältö: Kurssin alkuosa: Kompleksiluvut ja -funktiot, jatkuvuus, derivoituvuus, analyttinen funktio, Cauchyn-Riemannin yhtälöt, kompleksinen käyräintegraali, Cauchyn integraalilause ja -kaava. Sarjakehitelmät kompleksialueessa, mm. potenssisarjat, Taylor-sarjat, Laurent-sarjat sekä niiden suppeneminen. Residy-laskentaa, residy-lause. Kurssin loppuosa: Fourier-sarjat (sekä reaali- että kompleksikertoiminen); approksimointi, sovelluksia. Laplace-muunnos, Laplace-käänteismuunnos, siirtofunktio sekä sovelluksia mm. sähköpiirien differentiaaliyhtälöihin, Fourier-muunnos ja Z-muunnos; perusominaisuudet ja sovelluksia mm. differentiaali-, integraali-, osittaisdifferentiaali- ja differenssiyhtälöihin. Osa harjoitustehtävistä toteutetaan matemaattisten ohjelmistojen avulla.

Opiskelumateriaali: Luento- ja laskuharjoitusmateriaali, oheislukemistona:

- Kreyszig, E.: Advanced Engineering Mathematics, John Wiley & Sons
- Niemi, A.: Fourier-analyysi ja Laplace-muunnos

Opetusmuoto / Opetusmenetelmät: luennot 40 h ja harjoitukset 20 h

Arviointikriteerit: hyväksyty osallistuminen harjoituksiin sekä välikokeet tai tentti, arvostelu asteikolla 1-5 tai hylätty

Arvosana 1: Opiskelija osaa ratkaista opintojakson keskeisiin sisältöihin liittyviä perustehtäviä.

Arvosana 3: Opiskelija kykenee ratkaisemaan opintojakson keskeisiin sisältöihin liittyviä soveltavia tehtäviä.

Arvosana 5: Opiskelija pystyy luovaan ongelmanratkaisuun lähes kaikissa opintojakson sisältöön liittyvissä tehtävissä.

Arviointimenetelmät: Laskuharjoitukset sekä välikokeet tai tentti

Lisätieto: Vaasan yliopiston ja Vaasan ammattikorkeakoulun yhteistyökurssi. Analyysin jatkokurssi, Vektorianalyysi ja Integraalimuunnokset (Vamk) ovat rinnakkaisia Kompleksianalyysi ja integraalimuunnokset ja Usean muuttujan analyysi (VY) -opintojaksojen kanssa, opiskelija voi sisällyttää tutkintoihinsa vain jommankumman näistä rinnakkuuksista. Kurssin voi korvata VAMK:in kursseilla Analyysin jatkokurssi (4 op) ja Integraalimuunnokset (3 op)

■ Differentiaalilaskenta

Differential Calculus

Rakennetyyppi: Opintojakso

Koodi: MATHC1180

Tyyppi: Pakollinen VAMK ja vaihtoehtoinen VY TkK

Laajuus: 2 op

Vastuuorganisaatio: VAMK

Vastuuopettaja (VAMK): Jarmo Mäkelä

Vastuuopettaja (VY): Seppo Hassi

Opettajatiimi:

Opetuskieli: suomi

Opinnon toteutukset, suunniteltu opiskeluvuosi ja lukukausi: 1.vuosi

Osaamistavoitteet: Differentiaalilaskenta perustuu funktion derivaatan käsitteeseen. Lyhyesti sanoen, funktion derivaatta saadaan jakamalla funktion arvon saama muutos sen aiheuttaneen muuttujan arvon saamalla muutoksella, kun muuttujan arvon saama muutos on pieni. Esimerkiksi auton polttoaineen kulutus kasvaa sen nopeuden kasvaessa, ja polttoaineen kulutuksen kasvu jaettuna nopeuden kasvulla antaa polttoaineen kulutuksen derivaatan nopeuden suhteen. Funktion derivaatta kuuluu koko matematiikan keskeisimpiin käsitteisiin ja lähes kaikki tekniikan kaavat on formuloitu sen avulla. Tässä kurssissa opitaan derivoimaan funktiota, sekä soveltamaan derivaattaa esimerkiksi optimointiongelmiin.

Geneeriset taidot: Kriittinen ajattelu ja analyttisyys, ongelmanratkaisu- ja päätöksentekotaidot, suullinen ilmaisu (harjoitustehtävien ratkaisujen esittäminen, kirjallinen ja sanallinen selostus harjoitustunneilla).

Opiskelijan työmäärä: 54 h, josta lukujärjestyksen merkittävä lähiopetusta 28 h.

Edeltävät opinnot / Suositellut valinnaiset opinnot:

Sisältö: Funktion raja-arvo pisteessä, ja sen raja-arvo äärettömyydessä. Funktion jatkuvuus. Funktion derivaatta. Derivaatan geometrinen tulkinta funktion kuvaajan tangentin kulmakertoimena. Potenssifunktion, logaritmfunktion, eksponenttifunktion ja trigonometristen funktioiden derivaatat. Osittaisderivaatta. Differentiaali. Logaritminen derivointi. Summan, tulon, osamäärän ja yhdistetyn funktion derivointisäännöt. Korkeammat derivaatat. Derivaatan soveltaminen optimointiongelmiin. Funktion paikalliset ääriarvot.

Opiskelumateriaali: P. Lehtola, A. Rantakaulio: Tekninen matematiikka 2, Tammertekniikka. Opettajan laatima materiaali.

Arviointikriteerit: hyväksyty osallistuminen harjoituksiin sekä välikokeet tai tentti, arvostelu asteikolla 1-5 tai hylätty



Arvosana 1: Opiskelija osaa ratkaista opintojakson keskeisiin sisältöihin liittyviä perustehtäviä.

Arvosana 3: Opiskelija kykenee ratkaisemaan opintojakson keskeisiin sisältöihin liittyviä soveltavia tehtäviä.

Arvosana 5: Opiskelija pystyy luovaan ongelmanratkaisuun lähes kaikissa opintojakson sisältöön liittyvissä tehtävissä.

Lisätieto: Vaasan yliopiston ja Vaasan ammattikorkeakoulun yhteistyökurssi. Opintojaksot Differentiaalilaskenta, Integraalilaskenta ja Differentiaaliyhtälöt ja sarjat ovat rinnakkaisia Matematiikan peruskurssi –opintojakson kanssa, opiskelija voi sisällyttää tutkintoihinsa vain jommankumman näistä rinnakkuuksista.

■ Differentiaaliyhtälöt ja sarjat

Differential Equations and Series

Rakennetyyppi: Opintojakso

Koodi: MATHC1190

Tyyppi: Pakollinen VAMK ja vaihtoehtoinen VY TkK

Laajuus: 2 op

Vastuuorganisaatio: VAMK

Vastuuopettaja (VAMK): Jarmo Mäkelä

Vastuuopettaja (VY): Seppo Hassi

Opettajatiimi:

Opetuskieli: suomi

Opinnon toteutukset, suunniteltu opiskeluvuosi ja lukukausi: 1.vuosi

Osaamistavoitteet: Lähes kaikki tekniikassa esiintyvät yhtälöt ovat oikeastaan differentiaaliyhtälöitä. Lyhyesti sanoen, differentiaaliyhtälö on yhtälö, joka sisältää derivaattoja. Differentiaaliyhtälön ratkaisuna saadaan funktio, joka toteuttaa annetun yhtälön. Tämän kurssin ensimmäisessä osassa opiskelija oppii ratkomaan tavallisimpia differentiaaliyhtälöitä. Tärkeä apuneuvo tietyn tyyppisten differentiaaliyhtälöiden ratkaisussa on niin sanottu Laplace-muunnos, jonka avulla differentiaaliyhtälö voidaan muuntaa tavalliseksi algebralliseksi yhtälöksi, jonka ratkaisu on helpompaa, kuin alkuperäisen yhtälön. Kurssin toisessa osassa opiskelija perehtyy etenkin potenssisarjoihin. Lähes jokainen tekniikan sovellutusten kannalta mielenkiintoinen funktio voidaan esittää potenssisarjana. Poimimalla funktion potenssisarjasta joitakin ensimmäisiä termejä saadaan polynomi, joka antaa likiarvon funktion käyttäytymiselle annetun pisteen läheisyydessä. Potenssisarjojen avulla voidaan helposti laskea likiarvoja miltei minkä tahansa funktion arvoille ilman tietokonetta tai laskinta. Niiden avulla voidaan myös suorittaa esimerkiksi numeerisia integrointeja.

Geneeriset taidot: Kriittinen ajattelu ja analyttisyys, ongelmanratkaisu- ja päätöksentekotaidot, suullinen ilmaisu (harjoitustehtävien ratkaisujen esittäminen, kirjallinen ja sanallinen selostus harjoitustunneilla)

Opiskelijan työmäärä: 54 h, josta lukujärjestykseen merkittyä lähiopetusta VAMKissa 28 h ja yliopistolla 16 h.

Edeltävät opinnot / Suositellut valinnaiset opinnot:

Sisältö:

Opiskelumateriaali: P. Lehtola, A. Rantakaulio: Tekninen matematiikka 2, Tammertekniikka. Opettajan laatima materiaali.

Opetusmuoto / Opetusmenetelmät: Luennot, harjoitukset

Arviointikriteerit: Asteikko 1-5/hylätty.

Arvosana 5: Opiskelija pystyy luovaan ongelmanratkaisuun lähes kaikissa opintojakson sisältöön liittyvissä tehtävissä.

Arvosana 3: Opiskelija kykenee ratkaisemaan opintojakson keskeisiin sisältöihin liittyviä soveltavia tehtäviä.

Arvosana 1: Opiskelija osaa ratkaista opintojakson keskeisiin sisältöihin liittyviä perustehtäviä.

Arviointimenetelmät: Kotitehtävät, harjoitustyöt, tentti.

Lisätieto: Vaasan yliopiston ja Vaasan ammattikorkeakoulun yhteistyökurssi. Opintojaksot Differentiaalilaskenta, Integraalilaskenta ja Differentiaaliyhtälöt ja sarjat ovat rinnakkaisia Matematiikan peruskurssi –opintojakson kanssa, opiskelija voi sisällyttää tutkintoihinsa vain jommankumman näistä rinnakkuuksista.

■ Integraalilaskenta

Integral Calculus

Rakennetyyppi: Opintojakso

Koodi: MATHC1200

Tyyppi: Pakollinen VAMK ja vaihtoehtoinen VY TkK

Laajuus: 2 op

Vastuuorganisaatio: VAMK



Vastuuopettaja (VAMK): Jarmo Mäkelä

Vastuuopettaja (VY): Seppo Hassi

Opettajatiimi:

Opetuskieli: suomi

Opinnon toteutukset, suunniteltu opiskeluvuosi ja lukukausi: 1.vuosi

Osaamistavoitteet: Funktion integraali vastaa kysymykseen: Minkä funktion derivaatta annettu funktio on?

Esimerkiksi funktion 2^x (eräs) integraali on funktio x^2 , sillä funktion x^2 derivaatta on funktio $2x$. Integraalin avulla voidaan laskea esimerkiksi pinta-aloja ja tilavuuksia, sekä tutkia funktion keskimääräistä käyttäytymistä jollakin aikavälillä. Tässä kurssissa opitaan määrittämään annettujen funktioiden integraaleja, sekä soveltamaan integraalilaskentaa esimerkiksi pinta-alojen ja tilavuuksien laskemiseen.

Geneeriset taidot: Kriittinen ajattelu ja analyttisyys, ongelmanratkaisu- ja päätöksentekotaidot, suullinen ilmaisu (harjoitustehtävien ratkaisujen esittäminen, kirjallinen ja sanallinen selostus harjoitustunneilla)

Opiskelijan työmäärä: 54 h, josta lukujärjestykseen merkittyä lähiopetusta 28 h.

Edeltävät opinnot / Suositellut valinnaiset opinnot:

Sisältö: Differentiaalilaskennan lyhyt kertaus. Integraalifunktio. Potenssifunktion, eksponenttifunktion, ja trigonometristen funktioiden integraalit. Summan integraali. Määrätty integraali ja sen tulkinta pinta-alana. Kahden käyrän rajoittaman tasoalueen pinta-ala. Osittaisintegrointi. Integrointi sijoittamalla. Rationaalifunktion integrointi osamurtoihin jaon avulla. Funktion keskiarvo ja neliöllinen keskiarvo. Tasokäyrän kaarenosan pinta-ala. Pyörähdyskappaleen tilavuus ja vaipan pinta-ala. Homogeenisen levyn painopiste. Numeerinen integrointi puolisuunnikasmenetelmällä ja Simpsonin säännöllä.

Opiskelumateriaali: P. Lehtola, A. Rantakaulio: Tekninen matematiikka 2, Tammertekniikka. Opettajan laatima materiaali.

Opetusmuoto / Opetusmenetelmät: Luennot, harjoitukset

Arviointikriteerit: Asteikko 1-5/hylätty.

Arvosana 5: Opiskelija pystyy luovaan ongelmanratkaisuun lähes kaikissa opintojakson sisältöön liittyvissä tehtävissä.

Arvosana 3: Opiskelija kykenee ratkaisemaan opintojakson keskeisiin sisältöihin liittyviä soveltavia tehtäviä.

Arvosana 1: Opiskelija osaa ratkaista opintojakson keskeisiin sisältöihin liittyviä perustehtäviä.

Arviointimenetelmät: Kotitehtävät, harjoitustyöt, tentti.

Lisätietoja: Vaasan yliopiston ja Vaasan ammattikorkeakoulun yhteistyökurssi. Opintojaksot Differentiaalilaskenta, Integraalilaskenta ja Differentiaaliyhtälöt ja sarjat ovat rinnakkaisia Matematiikan peruskurssi –opintojakson kanssa, opiskelija voi sisällyttää tutkintoihinsa vain jommankumman näistä rinnakkuuksista.

■ Lineaarialgebra I

Linear Algebra I

Rakennetyyppi: Opintojakso

Koodi: MATHC1230

Tyyppi: Pakollinen (VAMK ja VY TkK)

Laajuus: 2 op

Vastuuorganisaatio: VAMK

Vastuuopettaja (VAMK): Jarmo Mäkelä

Vastuuopettaja (VY): Seppo Hassi

Opettajatiimi:

Opetuskieli: suomi

Opinnon toteutukset, suunniteltu opiskeluvuosi ja lukukausi: 1. vuosi

Osaamistavoitteet: Lineaarialgebra on matematiikan osa-alue, jota ei tavallisesti esitetä normaaleilla lukio-kursseilla. Huomattava osa lineaarialgebraa käsittelee matriisien ja determinanttien ominaisuuksia. Lyhyesti sanoen, matriisin tavallisin esitys on lukukaavio, johon on kirjoitettu lukuja vaaka- ja pystyriveihin. Neliömatriisissa on yhtä monta vaaka- ja pystyriviä, ja jokaiselle neliömatriisille voidaan laskea luku, jota sanotaan sen determinantiksi. Matriiseja ja determinantteja voidaan soveltaa mitä moninaisimmilla aloilla, mutta tässä kurssissa niitä sovelletaan lähinnä lineaaristen yhtälöryhmien ratkaisuun. Opiskelija oppii matriisien ja determinanttien laskusäännöt, sekä ratkomaan niiden avulla lineaarisia yhtälöryhmiä. Matriiseihin läheisesti liittyvä käsite on vektori. Vektoreilla kuvataan sellaisia suureita, joihin suuruuden lisäksi liittyy myös suunta. Tällä kurssilla opiskelija oppii vektorilaskennan perusteet, sekä käyttämään vektoreita yksinkertaisten geometristen ongelmien ratkaisuun. Kurssi sisältää myös trigonometrian täydennysosan, sekä perustiedot kompleksiluvuista ja niiden osoitusesityksestä. Kurssin viimeisenä osana käsitellään epäyhtälöitä.

Geneeriset taidot: Kriittinen ajattelu ja analyttisyys, ongelmanratkaisu- ja päätöksentekotaidot, suullinen ilmaisu (harjoitustehtävien ratkaisujen esittäminen, kirjallinen ja sanallinen selostus harjoitustunneilla)

Opiskelijan työmäärä: 54 h, josta lukujärjestykseen merkittyä lähiopetusta 28 h.



Edeltävät opinnot / Suositellut valinnaiset opinnot:

Sisältö: Kaksirivinen determinantti. Yleinen n-rivinen determinantti. Determinantin kehittäminen annetun vaak- tai pystyrivin suhteen. Determinanttien perusominaisuudet. Determinantin muokkaus. Lineaarisen yhtälöryhmän ratkaiseminen determinanttien avulla (Cramersin sääntö). Matriisi. Tavallisimmat matriisityypit. Matriisien yhteenlasku ja luvulla kertominen. Matriisien kertolasku. Neliömatriisin kääntematriisi. Kääntematriisin määrittäminen Cramersin säännöllä. Lineaarisen yhtälöryhmän esittäminen matriisimuodossa. Lineaarisen yhtälöryhmän ratkaisu matriisien avulla. Trigonometrian täydennys: Trigonometriset funktiot määriteltynä yksikköympyrän avulla. Radiaanin käsite. Trigonometrinen funktioiden perusominaisuudet. Annetun kulman trigonometrisen funktion esittäminen yksikköympyrän ensimmäisessä neljänneksessä olevan kulman trigonometrisen funktion avulla. Kahden kulman summan ja erotuksen sini ja kosini. Kaksinkertaisen kulman sini ja kosini. Trigonometriset yhtälöt ja niiden ratkaisukaavat. Trigonometrinen funktioiden kuvaajat. Vektorin käsite. Vektoreiden yhteenlasku ja luvulla kertominen. Kolmiulotteinen koordinaatisto. Vektorin esittäminen komponenttimuodossa karteesisissa koordinaatistossa. Kaksi pistettä yhdistävä vektori. Vektorin pituus ja kahden pisteen välinen etäisyys. Pistetulo. Komponenttimuodossa kirjoitettujen vektoreiden pistetulon laskeminen. Vektoreiden välisen kulman laskeminen. Ristitulo ja sen laskeminen komponenttimuodossa kirjoitettujen vektoreiden välillä. Ristitulon yhteys pinta-alan käsitteeseen. Kompleksiluvut ja niiden laskusäännöt. Kompleksitaso. Kompleksiluvun osoitinesitys. Eulerin kaava imaginääriluvun eksponenttifunktiolle. Osoitinesityksessä kirjoitettujen kompleksilukujen kerto- ja jakolasku, sekä potenssiin korotus. Epäyhtälöt: Ensimmäisen ja korkeamman asteen epäyhtälöt, sekä murtoepäyhtälöt. Epäyhtälön ratkaisu merkkikaavion avulla.

Opiskelumateriaali: S. Alestalo, P. Lehtola, T. Nieminen, A. Rantakaulio: Tekninen matematiikka 1, Tammermekaniikka. Opettajan laatima materiaali.

Opetusmuoto / Opetusmenetelmät: Luennot, harjoitukset

Arviointikriteerit: Asteikko 1-5/hylätty.

Arvosana 5: Opiskelija pystyy luovaan ongelmanratkaisuun lähes kaikissa opintojakson sisältöön liittyvissä tehtävissä.

Arvosana 3: Opiskelija kykenee ratkaisemaan opintojakson keskeisiin sisältöihin liittyviä soveltavia tehtäviä.

Arvosana 1: Opiskelija osaa ratkaista opintojakson keskeisiin sisältöihin liittyviä perustehtäviä.

Arviointimenetelmät: Kotitehtävät, harjoitustyöt, tentti.

Lisätietoja: Vaasan yliopiston ja Vaasan ammattikorkeakoulun yhteistyökurssi

■ Lineaarialgebra II

Linear Algebra II

Koodi: MATH1240

Laajuus: 3 op

Edellytykset: Lineaarialgebra I

Osaamistavoitteet: opintojakson jälkeen opiskelija osaa ratkaista minkä tahansa lineaarisen yhtälöryhmän ja osaa tulkita myös kaikki mahdolliset erikoistapaukset. Opiskelija osaa käsitellä kaiken kokoisia matriiseja ja osaa laskea ison matriisin determinantin. Opiskelija osaa selittää lineaariavaruuden, lineaarisen aliavaruuden, lineaarikuvauksen, lineaarisen riippumattomuuden, kannan ja dimension käsitteet. Opiskelija osaa ratkaista matriisin ominaisarvot ja ominaisvektorit, opiskelija osaa tutkia neliömuodon definiittisyyden, opiskelija osaa tutkia matriisin säännöllisyysasteen ja kuntoluvun sekä osaa tehdä yhtälöryhmälle virhearvion kuntolukua käyttäen. Opiskelija osaa käyttää Cramerin kaavoja, opiskelija osaa määrittää kolmiulotteisen vektorivaruuden suoran ja tason yhtälöt, opiskelija tuntee tavallisimmat matriisihajotelmat, opiskelija osaa määrittää lineaarisen selitysmallin kertoimet PNS-menetelmällä. Opintojakso kehittää kriittistä ajattelua ja analyttisyyttä, ongelmanratkaisu- ja päätöksentekotaitoja ja suullista ilmaisu (harjoitustehtävien ratkaisujen esittäminen).

Sisältö: lineaarinen vektoriavaruus, sisätulo, normi, lineaarikuvaukset, lineaarinen yhtälöryhmä, Gauss-Jordan menetelmä, determinantin ominaisuudet, lineaarinen riippumattomuus, kanta, dimensio. Kannan vaihto, Matriisin ominaisarvot ja ominaisvektorit, LU-, QR- ja Singulaariarvo-hajotelma, Matriisin kuntoluku. Approksimointi normin mielessä, vektoritulo, suora, taso, projektiot, pseudoinverssi, PNS-menetelmä, tietokoneohjelman käyttö vektori- ja matriisilaskuissa (käytetty ohjelmointikieli ilmoitetaan kurssin alussa; Octave, Python, Java tai C

Oppimateriaali ja kirjallisuus:

luentomoniste

Kreyszig, E: Advanced Engineering Mathematics, John Wiley & Sons, luvut 6, 7, 8.1–8.3

S. K. Kivelä: Matriisilasku ja lineaarialgebra, luvut 2, 3, 4 ja 7

Toteutustavat: luennot 32 h ja harjoitukset 14 h

Opiskelijan työmäärä: 81 h, josta lähiopetusta 46 h.

Suoritustavat: a) hyväksytyt osallistuminen harjoituksiin ja välikokeisiin (hyväksytyt osallistumisen kriteeri ilmoitetaan ensimmäisellä luennolla ja opintojakson verkkosivuilla) tai



b) tentti

Opetus- ja suorituskieki: suomi

Arvostelu: asteikolla 1-5 tai hylätty, laskuharjoituksista saa lisäpisteitä

Vastuhenkilö: Seppo Hassi

Opettaja:

Vastuuorganisaatio: Tekniikan ja innovaatiojohtamisen akateeminen yksikkö

Lisätietoja:

■ Linear Algebra II

Lineaarialgebra II

Code: MATH1240

Credits: 3 ECTS

Prerequisites: Linear Algebra I

Learning Outcomes: Students learn to solve any system of linear equations and can properly interpret all special cases. Student can use also large matrices and determinants. Student knows the concepts of Linear space, Linear Subspace, Linear Map, Linear Independency, Basis and Dimension. Student can find the Eigenvalues and Eigenvectors of a matrix, and can determine the definiteness of a matrix. Student can determine the Rank and the Condition number of a Matrix, and can estimate the error of solution by the Condition number. Student can apply the Cramer's Rules. Student can determine the equations for lines and planes in Euclidean Space. Student knows the most common matrix decompositions. Student can determine the coefficients of an linear OLS-model (Ordinary Least Squares). Course develops critical and analytical thinking, decision making skills, oral skills

Content: Linear Space, Inner Product, Norm, Linear Map, System of Linear Equations, Gauss-Jordan method, properties of determinants. Linear independency, Basis and Dimension. Change of basis. Eigenvalues and Eigenvectors of a Matrix. LU-, QR- and Singular value decompositions. Condition Number of a Matrix. Ordinary Least Square estimation. Cross product, lines and planes in Euclidean space. Orthogonal projections, Pseudoinverse of a Matrix. The programming language used to manipulate matrices is informed in the beginning of the course. (Octave, MathLab, Python, Java or C)

Study Materials:

1. Kreyszig, E: Advanced Engineering Mathematics, John Wiley & Sons

Generic skills: oral skills, critical and analytical thinking

Teaching Methods: lectures 32 h (in Finnish), 16 h (in English), exercises 14 h (in Finnish / English)

Modes of Study: exams and exercises

Student Workload: The total amount of student's work is 81h, which contains 30 h of contact studies (in English).

Language(s): language(s) of instruction: see teaching methods and additional information, completion language(s): Finnish and English

Grading: 1-5 or fail

Responsible Person: Seppo Hassi

Teacher(s):

Responsible Unit: School of Technology and Innovations

Additional Information:

■ Matemaattisten ohjelmistojen perusteet

Basics of Mathematical Software

Rakennetyyppi: Opintojakso

Koodi: MATHC1260

Tyyppi: Pakollinen VAMK ja valinnainen VY TkK

Laajuus: 3 op

Vastuuorganisaatio: VAMK

Vastuuopettaja (VAMK): Jarmo Mäkelä

Vastuuopettaja (VY): Seppo Hassi

Opettajatiimi:

Opetuskieki: suomi

Opinnon toteutukset, suunniteltu opiskeluvuosi ja lukukausi:



Osaamistavoitteet: Erilaisten matemaattisten ohjelmistojen käyttö on tämän hetken insinöörin työn arkipäivää. Tässä kurssissa perehdytään etenkin Mathcad- ja MATLAB-ohjelmistojen käyttöön. Kurssilla käydään tietokoneen avulla pääpiirteittäin läpi muilla matematiikan kursseilla opetettavat asiat. Lisäksi perehdytään joihinkin tilastollisiin käsitteisiin.

Geneeriset taidot: Kriittinen ajattelu ja analyttisyys, ongelmanratkaisu- ja päätöksentekotaidot, suullinen ilmaisu (harjoitustehtävien ratkaisujen esittäminen, kirjallinen ja sanallinen selostus harjoitustunneilla) IT-taidot (Matlab tai Mathcad).

Opiskelijan työmäärä: 81 h, josta lukujärjestykseen merkittyä lähiopetusta 42 h.

Edeltävät opinnot / Suositellut valinnaiset opinnot:

Sisältö: Suorasanaisten tekstin tuottaminen ohjelmistolla. Ohjelmiston käyttö laskimena. Parametreja sisältävät lausekkeet. Funktion kuvaajan piirtäminen. Yhtälön numeerinen ratkaisu. Yhtälöryhmän numeerinen ratkaisu. Matriisit ja lineaaristen yhtälöryhmien ratkaisu matriisien avulla. Vektorit. Kompleksiluvut. Numeerinen derivointi ja integrointi. Yhtälön numeerinen ratkaisu Newtonin menetelmällä. Funktion ääriarvon määrittäminen. Differentiaaliyhtälön numeerinen ratkaisu Eulerin ja Runge-Kutta-menetelmien avulla. Fourierin sarjat ja sarjan kertoimien määrittäminen. Suoran ja paraabelin PNS-sovitus annettuihin havaintopisteisiin. Mielivaltaisen, parametrisoidun käyrän PNS-sovitus havaintopisteisiin. Symbolinen laskenta.

Opiskelumateriaali: Opettajan laatima materiaali.

Opetusmuoto / Opetusmenetelmät: Luennot, harjoitukset

Arviointikriteerit: Asteikko 1-5/hylätty.

Arvosana 5: Opiskelija pystyy luovaan ongelmanratkaisuun lähes kaikissa opintojakson sisältöön liittyvissä tehtävissä.

Arvosana 3: Opiskelija kykenee ratkaisemaan opintojakson keskeisiin sisältöihin liittyviä soveltavia tehtäviä.

Arvosana 1: Opiskelija osaa ratkaista opintojakson keskeisiin sisältöihin liittyviä perustehtäviä.

Arviointimenetelmät: Kotitehtävät, harjoitustyöt, tentti.

Lisätietoja: Vaasan yliopiston ja Vaasan ammattikorkeakoulun yhteistyökurssi

■ Matematiikan peruskurssi

Calculus

Rakennetyyppi: Opintojakso

Koodi: MATH1160

Tyyppi: Pakollinen/vaihtoehtoinen (VY TkK), vaihtoehtoinen (VAMK)

Laajuus: 4 op

Vastuuorganisaatio: VY

Vastuuopettaja (VY) Seppo Hassi

Vastuuopettaja (VAMK): Jarmo Mäkelä

Opettajatiimi: Seppo Hassi ja Marko Moisio

Opetuskieli: suomi

Opinnon toteutukset, suunniteltu opiskeluvuosi ja lukukausi: 1.vuosi

Osaamistavoitteet: Opiskelija oppii perustiedot differentiaali- ja integraalilaskennasta, reaali-lukujonoista ja -sarjoista, erityisesti potenssi- ja Taylor-sarjoista sekä tavallisten differentiaaliyhtälöiden tärkeimmistä tapauksista. Opintojakson suoritettuaan opiskelija osaa tehdä derivaatan avulla johtopäätöksiä funktion kuluista ja ääriarvoista ja tutkia funktion käyttäytymistä raja-arvoja laskemalla, opiskelija osaa integroida funktioita osittaisintegrointia ja sijoituksia käyttäen, osaa laskea määrättyjen integraalien arvoja ja tuntee niiden keskeisiä sovelluksia sekä osaa tutkia epäoleellisen integraalin suppenemista. Opiskelija osaa tutkia lukujonon raja-arvon olemassaoloa, laskea geometrisen suppenevan sarjan summan, tutkia positiivitermisen sarjan suppenemista, selvittää potenssisarjan suppenemistä, muodostaa funktion Taylorin sarjoja. Opiskelija osaa ratkaista separoituvia differentiaaliyhtälöitä sekä 1. ja 2. kertaluvun lineaarisia differentiaaliyhtälöitä.

Geneeriset taidot: Kriittinen ajattelu ja analyttisyys, ongelmanratkaisu- ja päätöksentekotaidot, suullinen ilmaisu (harjoitustehtävien ratkaisujen esittäminen, kirjallinen ja sanallinen selostus harjoitustunneilla).

Opiskelijan työmäärä: 108 h, josta lähiopetusta 63 h

Edeltävät opinnot / Suositellut valinnaiset opinnot: Teknillisen matematiikan perusteet tai hyväksytyt lähtötasotestin suoritus.

Sisältö: Yhden muuttujan reaali-funktiot; raja-arvo, jatkuvuus, derivaatta, differentiaalikehitelmä, funktion ääriarvot, Newtonin menetelmä, sovelluksia. Integraalilaskentaa; integraalifunktio, integroimismenetelmiä, osamurtokehittäminen, määrätty integraali ja epäoleelliset integraalit, sovelluksia mm. käyrän pituus, kappaleiden pinta-ala ja -tilavuudet, käyräintegraali, työintegraali, peruskäsitteitä usean muuttujan differentiaali- ja integraalilaskennasta, reaali-lukujonot ja -sarjat mm. potenssisarjat (reaali-alue), funktion Taylorin sarja ja niiden sovelluksia, tavalliset differentiaaliyhtälöt; ratkaisumenetelmiä, sovelluksia. Harjoitusten yhteydessä perehdytään myös matemaattisten ohjelmistojen käyttöön.



Opiskelumateriaali: Luento- ja laskuharjoitusmateriaali, oheislukemistona:

- Adams, R. A.: Calculus: a Complete Course, Pearson Addison Wesley
- Lahtinen, A. & E. Pehkonen: Matematiikkaa soveltajille 1, 2 (osia)

Opetusmuoto / Opetusmenetelmät: luennot 36 h ja harjoitukset 27 h

Arviointikriteerit: hyväksytyt osallistuminen harjoituksiin sekä välikokeet tai tentti, arvostelu asteikolla 1-5 tai hylätty

Arvosana 1: Opiskelija osaa ratkaista opintojakson keskeisiin sisältöihin liittyviä perustehtäviä.

Arvosana 3: Opiskelija kykenee ratkaisemaan opintojakson keskeisiin sisältöihin liittyviä soveltavia tehtäviä.

Arvosana 5: Opiskelija pystyy luovaan ongelmanratkaisuun lähes kaikissa opintojakson sisältöön liittyvissä tehtävissä.

Arviointimenetelmät: Laskuharjoitukset sekä välikokeet tai tentti

Lisätietoja: Kurssin voi korvata VAMK:in kursseilla Differentiaalilaskenta (2op), Integraalilaskenta (2op) sekä Differentiaaliyhtälöt ja sarjat (2op).

Vaasan yliopiston ja Vaasan ammattikorkeakoulun yhteistyökurssi. Opintojaksot Differentiaalilaskenta, Integraalilaskenta ja Differentiaaliyhtälöt ja sarjat ovat rinnakkaisia Matematiikan peruskurssi –opintojakson kanssa, opiskelija voi sisällyttää tutkintoihinsa vain jommankumman näistä rinnakkuuksista.

■ Probability and Statistics

Todennäköisyyslaskenta ja tilastotiede

Code: MATH1170

Credits: 5 ECTS

Prerequisites: Basic differential and integral calculus

Learning Outcomes: The student can summarize data in terms of statistics and diagrams, can calculate probabilities of events and conditional probabilities, can apply the most important discrete and continuous probability distributions, joint distributions, moment generating functions, and sampling distributions. The student can apply the method of least squares and conduct inference concerning one and two means, variances, and proportions, correlation, and concerning linear regression coefficients. Course develops oral skills, critical and analytical thinking.

Content: Population and Sample, descriptive statistics, probability of events, conditional probability, continuous and discrete random variables and their distributions, joint distributions, moment generating functions, sampling distributions, inferences concerning one and two means, variances, and proportions, the method of least squares, correlation, and regression inference.

Study Materials:

Johnson/Freund/Miller: Probability and Statistics for Engineers, Chapters 2-11

Teaching Methods: lectures 40 h and exercises 20 h, 75 h student homework

Modes of Study: exam

Language: English

Grading: scale 1-5 or fail

Responsible Person: Bernd Pape

Teacher: Bernd Pape

Responsible Unit: School of Technology and Innovations

Additional Information: this course with a main focus on probability calculus is targeted mainly at Faculty of Technology students as a replacement for Tilastotieteen perusteet (Introduction to Statistics STAT1030) which has a stronger focus on statistics, it is not possible to earn credits for both Tilastotieteen perusteet and Probability and Statistics (or Basic Course in Statistics STAT1020). This course is strongly recommended as a prerequisite for the course Probability and Stochastic Processes

■ Teknillisen matematiikan perusteet

Basics of Technical Mathematics

Rakennetyyppi: Opintojakso

Koodi: MATHC1270

Tyyppi: Pakollinen (VAMK ja VY TkK)

Laajuus: 3 op

Vastuuorganisaatio: VY

Vastuuopettaja (VAMK): Jarmo Mäkelä

Vastuuopettaja (VY): Seppo Hassi

Opettajatiimi:



Opetuskieli: suomi

Opinnon toteutukset, suunniteltu opiskeluvuosi ja lukukausi: 1. vuosi

Osaamistavoitteet: Matematiikan hyvä osaaminen on kaikkien insinööriopintojen perusta. Ilman matemaattista perusosaamista on mahdotonta selviytyä insinöörin työtehtävistä ja ymmärtää ammattikirjallisuutta. Tällä kurssilla lähdetään liikkeelle aivan alkeista, eikä se periaatteessa edellytä minkäänlaisia esitietoja matematiikasta. Aluksi esitellään luonnolliset luvut ja niiden peruslaskutoimitukset. Vähitellen siirrytään kirjainlaskentaan, sekä matematiikassa keskeiseen funktion käsitteeseen. Kurssilla esitellään tavallisimmat funktiot ja niiden ominaisuudet. Tärkeällä sijalla on yhtälön ja yhtälöryhmien ratkaisu. Kurssilla esitellään myös perustrigonometriaa ja -geometriaa.

Geneeriset taidot: Kriittinen ajattelu ja analyttisyys, ongelmanratkaisu- ja päätöksentekotaidot, suullinen ilmaisu (harjoitustehtävien ratkaisujen esittäminen, kirjallinen ja sanallinen selostus harjoitustunneilla).

Opiskelijan työmäärä: 81 h, josta lukujärjestyksen merkittyä lähiopetusta 42 h, kun VAMK opettaa ja 36 h kun VY opettaa

Edeltävät opinnot / Suositellut valinnaiset opinnot:

Sisältö: Joukon käsite. Luonnolliset luvut ja niiden merkitseminen paikkaesityksessä. Luonnollisten lukujen yhteen-, vähennys-, kerto-, ja jakolasku. Kertotaulu. Yhteen-, vähennys-, ja kertolasku allekkain. Jakolasku jakokulmassa. Peruslaskutoimitusten laskusäännöt ja laskujärjestys. Murtoluvut ja niiden laskusäännöt. Desimaaliluvut ja niillä laskeminen. Prosenttilasku. Pituuden, pinta-alan ja tilavuuden käsitteet. Pituuden, pinta-alan ja tilavuuden yksiköt ja kerrannaisyksiköt. Vetomitat ja niiden yhteys tilavuuden yksiköihin ja kerrannaisyksiköihin. Negatiiviset luvut ja niiden laskusäännöt. Kirjainlaskennan perusteet: Reaaliluvut ja niiden laskusäännöt. Reaalilukujen tulkinta lukusuoran pisteinä. Potenssiin korotus ja juuri. Negatiivinen potenssi. Murtopotenssi. Potenssin laskusäännöt. Juuren lasku kynällä ja paperilla. Summan korotus potenssiin ja Pascalin kolmio. Funktion käsite. Funktion kuvaaja. Polynomifunktio. Polynomien kerto- ja jakolasku. Rationaalifunktio. Lausekkeiden sieventäminen. Ensimmäisen asteen yhtälöt. Yhtälöt, jotka voidaan palauttaa ensimmäisen asteen yhtälöiksi. Toisen ja korkeamman asteen yhtälöt. Polynomien jako tekijöihin. Lineaariset yhtälöryhmät. Lineaarisen yhtälöryhmän ratkaisu sijoittamalla ja yhteenlaskukeinolla. Eksponenttifunktio. Logaritmi. Logaritmin laskusäännöt. Luonnollinen logaritmi. Luonnollisten logaritmien laskeminen sarjojen avulla. Eksponentti- ja logaritmiyhtälöt. Tasogeometriaa: Kolmio ja ympyrä. Kolmion ja ympyrän pinta-alat ja ympyrän kehän pituus. Kulman käsite. Pythagoraan lause. Pallon, sylinterin ja kartion tilavuudet ja pinta-alat. Trigonometriset funktiot määriteltynä suorakulmaisen kolmion avulla. Trigonometrinen funktioiden perusominaisuudet. Sinilause ja kosinilause. Sinin ja kosinin laskeminen sarjojen avulla. Kolmion ratkaiseminen. Analyttistä geometriaa: Suora, ympyrä ja paraabeli. Suoran kulmakerroin ja kahden pisteen kautta kulkevan suoran yhtälön määrittäminen. Kohtisuorat suorat. Ympyrän yhtälö. Ympyrän tangentti. Paraabelin polttopiste ja johtosuora. Ellipsin ja hyperbelin yhtälöt.

Opiskelumateriaali: S. Alestalo, P. Lehtola, T. Nieminen, A. Rantakaulio: Tekninen matematiikka 1, Tammermekaniikka. Opettajan laatima materiaali.

Opetusmuoto / Opetusmenetelmät: Luennot, harjoitukset

Arviointikriteerit: Asteikko 1-5/hylätty.

Arvosana 5: Opiskelija pystyy luovaan ongelmanratkaisuun lähes kaikissa opintojakson sisältöön liittyvissä tehtävissä.

Arvosana 3: Opiskelija kykenee ratkaisemaan opintojakson keskeisiin sisältöihin liittyviä soveltavia tehtäviä.

Arvosana 1: Opiskelija osaa ratkaista opintojakson keskeisiin sisältöihin liittyviä perustehtäviä.

Arviointimenetelmät: Kotitehtävät, harjoitustyöt, tentti.

Lisätietoja: Vaasan yliopiston ja Vaasan ammattikorkeakoulun yhteistyökurssi

Aineopinnot Intermediate Studies

■ Diskreetti matematiikka

Discrete Mathematics

Koodi: MATH2020

Laajuus: 5 op

Edellytykset: Talousmatematiikan perusteet tai Matematiikan peruskurssi tai vastaavat tiedot

Osaamistavoitteet: opintojakson suorittuaan opiskelija ymmärtää relaation, yhdistetyn relaation, käänteisrelaation ja funktion käsitteet, opiskelija ymmärtää sisällössä esitetyt kombinatoriikan käsitteet ja omaa valmiudet soveltaa näitä käytännön ongelmiin joissa tarvitaan lukumäärien laskemista äärellisissä joukoissa, ku-



ten algoritmien analysoinnissa, lisäksi opiskelija osaa graafiteorian keskeiset käsitteet, tuntee De Bruijnin graafin ja Huffmanin koodin sekä hallitsee algoritmit minimipainoisen polun löytämiseksi sekä työnjako-ongelman ja virittävän puun ongelman ratkaisemiseksi. Opintojako kehittää kriittistä ajattelua ja analyttisyyttä, ongelmanratkaisutaitoja ja suullista ilmaisua (harjoitustehtävien ratkaisujen esittäminen, kirjallinen ja sanallinen selostus harjoitustunneilla).

Sisältö: relaatio ja funktio, kombinatoriikkaa: tuloperiaate, summaperiaate, permutaatio, kombinaatio, toistokombinaatio, lokeroperiaate, seulaperiaate, partitiot, rekursioyhtälöistä, generoivista funktioista, graafiteoriaa: Eulerin ja Hamiltonin graafi, sovitukset, Dijkstran algoritmi, unkarilainen algoritmi, puut, Kruskalin algoritmi, graafiteorian sovelluksia

Oppimateriaali ja kirjallisuus:

1. luentomateriaali oheislukemistona:

- Grimaldi, Ralph P., Discrete and Combinatorial Mathematics

Toteutustavat: luennot 32 h ja harjoitukset 16 h

Opiskelijan työmäärä: 135 h, josta lähiopetusta 48 h

Suoritustavat: hyväksytty osallistuminen harjoituksiin ja tentti

Opetus- ja suorituskielet: suomi, suomi/englanti

Arvostelu: asteikolla 1-5 tai hylätty

Vastuuhenkilö: Marko Moisio

Opettaja: Marko Moisio

Vastuuorganisaatio: Tekniikan ja innovaatiojohtamisen akateeminen yksikkö

Lisätietoja:

■ **Discrete Mathematics**

Diskreetti matematiikka

Code: MATH2020

Credits: 5 ECTS

Prerequisites: basic studies in mathematics

Learning Outcomes: basic concepts of discrete structures. Course develops critical and analytic thinking, problem-solving skills.

Content: combinatorics, recursive/difference equations, trees, data networks

Study Materials:

1. Grimaldi, Ralph P., Discrete and Combinatorial Mathematics

Teaching Methods: no lectures, book exam

Modes of Study: Student homework 135 h, exam

Languages: teaching: Finnish, completion language(s): Finnish / English

Grading: 1-5 or fail

Responsible Person: Marko Moisio

Teacher(s): Marko Moisio

Responsible Unit: School of Technology and Innovations

Additional Information:

■ **Numeeriset menetelmät**

Numerical Methods

(Kurssia ei järjestetä lukuvuonna 2019-2020)

Koodi: MATH2030

Laajuus: 5 op

Edellytykset: Matematiikan peruskurssi ja Lineaarialgebra I ja II

Osaamistavoitteet: opintojakson suoritettuaan opiskelija ymmärtää virhelähteiden ja pyöristysvirheiden merkityksen numeerisessa laskennassa, opiskelija osaa ratkaista yhtälön numeerisesti kiintopistemenetelmällä, ymmärtää interpoloinnin ja approksimoinnin käsitteet ja osaa konstruoida Lagrangen interpolaatiopolynomin, kuutio-splinin ja pienimmän neliösumman polynomin, opiskelija osaa ratkaista yhtälöryhmän LU-menetelmällä sekä numeerisesti Jacobin ja Gauss-Seidelin menetelmillä, lisäksi opiskelija tuntee keskeiset numeeriset integrointimenetelmät, kuten Simpsonin menetelmän, ja differentiaaliyhtälöiden ratkaisumenetelmät, kuten Runge-Kuttan menetelmän, keskeinen osa kurssia on tietokoneen käyttö laskuharjoitusten tukena ja opiskelija perehtyy Maxima (tai Matlab) ohjelmistoon, osaa ratkaista niiden avulla kurssilla käsiteltyjä ongelmia sekä niiden



sisältämien funktioiden avulla että kirjoittamalla riviohjelmaa. Opintojakso kehittää kriittistä ajattelua ja analyttisyyttä, ongelmanratkaisutaitoja ja IT-taitoja (Maxima tai Matlab).

Sisältö: yhtälöiden numeerinen ratkaiseminen, interpolointi, approksimointi, numeerinen integrointi, differentiaaliyhtälöiden numeerinen ratkaiseminen, matriisilaskennan menetelmiä yhtälöryhmien ratkaisemiseksi, yhtälöryhmien numeerinen ratkaiseminen, sovelluksia mm. integraalimuunnoksiin ja vektorianalyysiin, tutustuminen matemaattisiin ohjelmistoihin (esim. Mathematica, Matlab) ja niiden käyttö osana kurssia ja laskuharjoituksia

Oppimateriaali ja kirjallisuus:

1. luentomateriaali
oheislukemistona:

- Kreyszig, E.: Advanced Engineering Mathematics, John Wiley & Sons
- Malek-Madani, Reza: Advanced Engineering Mathematics with Mathematica and Matlab, Addison-Wesley

Toteutustavat: luennot 28 h ja harjoitukset 14 h

Opiskelijan työmäärä: 135 h, josta lähiovetusta 42 h

Suoritustavat: hyväksytyt osallistuminen harjoituksiin ja tentti

Opetus- ja suorituskielet: opetuskieli: suomi, suorituskielet: suomi/englanti

Arvostelu: asteikolla 1-5 tai hylätty

Vastuhenkilö: Marko Moisio

Opettaja: Marko Moisio

Vastuuorganisaatio: Tekniikan ja innovaatiojohtamisen akateeminen yksikkö

Lisätietoja:

■ **Numerical Methods**

Numeriset Menetelmät

(Course not arranged during the academic year 2019-2020)

Code: MATH2030

Credits: 5 ECTS

Prerequisites: basic studies in mathematics

Learning Outcomes: students learn basic facts on numerical methods and softwares, they learn to analyse round-off errors, solve equations with fix point iteration methods, gets familiar with interpolation and approximation methods, learns to construct Lagrange interpolation polynomials, cubic splines, and least squares polynomials, is able to solve systems of equation with LU matrix factorization and numerically with Jacob and Gauss-Seidelin methods, learns basic numerical integration methods, like Simpson method, solve differential equations numerically, like Runge-Kutta method. During the course students learnt to use computer software (like Mathematica or Matlab) when solving problems in exercises. Course develops critical and analytic thinking, problem solving skills and IT skills (Maxima or Matlab).

Content: numerical methods in solving equations, interpolation, approximation, numerical integration and differentiation, numerical methods for solving differential equations, matrix methods and numerical methods in solving systems of equations, applications e.g. in integral transforms and vector analysis, introduction of mathematics softwares (Maxima or Matlab) and basic skills in using them

Study Materials:

1. Kreyszig, E.: Advanced Engineering Mathematics, John Wiley & Sons

2. Malek-Madani, Reza: Advanced Engineering Mathematics with Mathematica and Matlab, Addison-Wesley

Teaching Methods:

Modes of Study: exam

Languages: language(s) of instructions: Finnish, completion language(s): Finnish/English

Grading: 1-5 or fail

Responsible Person: Marko Moisio

Teacher(s): Marko Moisio

Responsible Unit: School of Technology and Innovations

Additional Information:

■ **Usean muuttujan analyysi**

Multivariable Calculus

Rakennetyyppi: Opintojakso

Koodi: MATHC2060



Tyyppi: Pakollinen (VY TkK-tutkinnon sähkö- ja energiatekniikan suunta), vapaavalintainen (VAMK) ja valinnainen (VY TkK-tutkinnon informaatiotekniikan suunta)

Laajuus: 5 op

Vastuuorganisaatio: VY

Vastuuopettaja (VY) Seppo Hassi

Vastuuopettaja (VAMK): Jarmo Mäkelä

Opettajatiimi: Marko Moisio

Opetuskieli: suomi

Opinnon toteutukset, suunniteltu opiskeluvuosi ja lukukausi:

Osaamistavoitteet: Opiskelija laajentaa tietojaan usean muuttujan reaali-funktioiden differentiaali- ja integraalilaskennasta ja niiden sovelluksista sekä oppii keskeiset asiat vektorianalyysistä erityisesti sähkö- ja magneettikenttien sovelluksia silmälläpitäen. Opintojakson suoritettuaan opiskelija osaa laskea usean muuttujan funktion raja-arvoja, osittaisderivaatat, gradientin, suunnatun derivaatan, osaa soveltaa ketjusääntöä sekä hakea lokaaleja ja globaaleja ääriarvoja, osaa soveltaa gradientin, divergenssin ja roottorin perusominaisuuksia, osaa parametrizoida pintoja ja avaruuskappaleita, laskea reaaliarvoisten ja vektoriarvoisten funktioiden käyrä-, pinta- ja avaruusintegraaleja sekä tunnistaa potentiaalifunktioiden käsitteen ja osaa soveltaa Greenin ja Gaussin lauseita. Opintojakso kehittää kriittistä ajattelua ja analyttisyyttä, ongelmanratkaisutaitoja, suullista ilmaisu- (harjoitustehtävien ratkaisujen esittäminen, kirjallinen ja sanallinen selostus harjoitustunneilla), IT-taitoja (Mathematica, Wolfram Alpha).

Opiskelijan työmäärä: 135 h, josta lähiovetusta 64 h

Edeltävät opinnot / Suositellut valinnaiset opinnot: Matematiikan peruskurssi ja Lineaarialgebra I (VY) tai Matematiikan perusopinnot (VAMK). Suoritusta tukee myös kurssin Lineaarialgebra II (VY) tiedot.

Sisältö: Usean muuttujan reaali-funktioiden differentiaali- ja integraalilaskentaa ja niiden sovelluksia sisältäen keskeiset asiat vektorianalyysistä erityisesti sähkö- ja magneettikenttien sovelluksia silmälläpitäen. Usean muuttujan reaali-funktiot, osittaisderivaatta, gradientti, suunnattu derivaatta, differentioituvuus, tangenttitaso, ääriarvot, Lagrangen kertojan menettely, gradientin, divergenssin ja roottorin käsitteet, sovelluksia, taso- ja avaruusintegraaleja sekä napa-, sylinteri- ja pallokoordinaatit, pintojen ja avaruuskappaleiden parametrizointi, sovelluksia; mm. kappaleiden pinta-alat, tilavuudet, kappaleiden massa ja painopiste, työntegraali taso- ja avaruuskyrillä. Vektorianalyysiä; ristitulo ja skalaarikolmitulo, divergenssi, roottori, potentiaalifunktioiden käsite, Greenin, Gaussin ja Stokesin lauseet sekä niiden sovelluksia mm. vektorikenttien, erityisesti sähkö- ja magneettikenttien virtaus-, varaus- ja vuolaskuihin. Osa harjoitustehtävistä toteutetaan matemaattisten ohjelmistojen avulla.

Opiskelumateriaali: Luento- ja laskuharjoitusmateriaali, oheislukemistona:

- Adams, R. A.: Calculus: a Complete Course, Pearson Addison Wesley
- Kreyszig, E.: Advanced Engineering Mathematics, John Wiley & Sons
- Lahtinen, A. & E. Pehkonen: Matematiikkaa soveltajille 2

Opetusmuoto / Opetusmenetelmät: luennot 32 h, ohjatut harjoitukset 16 h sekä laskuharjoitukset 16 h

Arviointikriteerit: hyväksytyt osallistuminen harjoituksiin sekä välikokeet tai tentti, arvostelu asteikolla 1-5 tai hylätty

Arvosana 1: Opiskelija osaa ratkaista opintojakson keskeisiin sisältöihin liittyviä perustehtäviä.

Arvosana 3: Opiskelija kykenee ratkaisemaan opintojakson keskeisiin sisältöihin liittyviä soveltavia tehtäviä.

Arvosana 5: Opiskelija pystyy luovaan ongelmanratkaisuun lähes kaikissa opintojakson sisältöön liittyvissä tehtävissä.

Arviointimenetelmät: Laskuharjoitukset sekä välikokeet tai tentti

Lisätieto: Vaasan yliopiston ja Vaasan ammattikorkeakoulun yhteistyökurssi. Analyysin jatkokurssi, Vektorianalyysi ja Integraalimuunnokset (Vamk) ovat rinnakkaisia Kompleksianalyysi ja integraalimuunnokset ja Usean muuttujan analyysi (VY) -opintojaksojen kanssa, opiskelija voi sisällyttää tutkintoihinsa vain jommankumman näistä rinnakkuuksista. Kurssin voi korvata VAMK:in kursseilla Analyysin jatkokurssi (4op) ja Vektorianalyysi (3op)