LAPPEENRANNAN TEKNILLINEN KORKEAKOULU

TUOTANTOTALOUDEN LAITOS

SISKINEN KORKO JA ROI INVESTOINTI-
KRITEERINÄ

Teemu Aho - Ilkka Virtanen

Lappeenranta University of
Technology

Report 4/1981

SISKINEN KORKO JA ROI INVESTOINTI-
KRITEERINÄ

Teemu Aho - Ilkka Virtanen

Lappeenranta University of
Technology

Report 4/1981

ISBN 951-763-161-8
ISSN 0357-5616

Ltkk offset 1981

SISÄLLYSLUETTELO Sivu

1 JOHDANTO

Investointilaskennassa käytetään varsin yleisesti sisäisen korkokannan ja investoinnin tuottoprosentin (ROI) menetelmiä[1]. ROI on sisäisen korkokannan yksinkertaistus ja se lasketaan tavallisesti suhteuttamalla investoinnista saatavat poistojen jälkeiset nettotulot (ennen korkoja)/vuosi joko pitoajan alussa sidottuun pääomaan tai investointiin keskimäärin sidottuun pääomaan. Investoinnin sisäinen korko määritellään taas etsimällä korko, jolla investoinnista saatavien nettotulojen nykyarvo muodostuu perusinvestoinnin suuruiseksi. Tällöin investoinnin nykyarvo tulee nollaksi.

ROI:n ja sisäisen koron välisiä suhteita on useimmiten analysoitu koko yritystä tai osastoa koskevina mittareina[2]. Tällöin investointijoukko käsittää kaikki yrityksen tai osaston investoinnit. Yksittäisen investoinnin kannattavuutta laskettaessa kasvun yleinen problematiikka jää tarkastelusta pois. Käytettäessä ROI:ta ja sisäistä korkoa yksittäisen investoinnin kannattavuuden laskentaan kannattavuusmittareiden erot aiheutuvat seuraavista tekijöistä

1. Investoinnista saatavien nettotulojen ajallinen jakauma. Sisäisen koron menetelmässä nettotulojen painoarvo vähenee geometrisesti sisäisen koron mukaan (rahan aika-arvo), kun taas ROI:ssa kaikkina pitoajan vuosina toteutuvat nettotulot saavat saman painon.

2. Poistomenetelmä. Sisäisen koron menetelmässä investointiin sitoutunut pääoma vapautuu annuiteettipoistojen tahdissa. ROI:ta laskettaessa taas käytetään useimmiten tasapoistoa.

---

1 Hongon ja Virtasen tutkimuksessa 43.5 % tutkituista yrityksistä käytti sisäistä korkoa ensisijaisena menetelmänä ja 37.0 % ROI:ta. Honko - Virtanen (1975), s. 58.

2 Solomon (1975), s. 236-248 ja Gordon (1974), s. 343-356.

3. Investoinnin pitoaika. Mitä pitempikestoisesta investoinnista on kysymys, sitä alhaisemman painon pitoajan loppuvuosien nettotulot saavat sisäisen koron menetelmässä. ROI lasketaan taas investoinnista saatavien käyttökatteiden aritmeettisen keskiarvon (josta vähennetään poistot) perusteella.

4. Inflaatio. Investoinnista saatavat nettotulot kasvavat inflaation vaikutuksesta, jonka seurauksena nimellinen ROI kohoaa[1]. Myös nimellinen sisäinen korko kohoaa, mutta nettotulojen ajallisen profiilin muuttuminen aiheuttaa eroja ROI:n ja sisäisen koron välille, vaikka ilman inflaatiovaikutuksia molemmat kannattavuusmittarit johtaisivatkin samaan mittarilukemaan.

Tässä tutkimuksessa analysoidaan ROI:n ja sisäisen koron välisiä riippuvuussuhteita käytettyinä yksittäisen investoinnin kannattavuuslaskentaan. Riippuvuussuhteiden analyyttisen tarkastelun mahdollistamiseksi investoinnin nettotuloista tehdään olettamus, että ne pysyvät reaalisesti vakiona. Olettamus on sinänsä realistinen. Nimellisten nettotulojen oletetaan kasvavan inflaation tahdissa. Verojen käsittely jätetään laskelmista pois, joten kannattavuusmittarit ilmaisevat investoinnin kannattavuuden ennen veroja.

---

1 Carsberg - Hope (1976), s. 34.

2. ROI:N JA SISÄISEN KORON VÄLISEN RIIPPUVUUDEN JOHTAMINEN JA ANALYSOINTI

21. ROI:n ja sisäisen koron välisen riippuvuussuhteen johtaminen

Seuraavassa tarkastellaan ROI:n ja sisäisen koron välisiä suhteita tapauksessa, jossa investoinnista saadaan vuosittain reaalisesti vakiona pysyvä käyttökate (= kassavirta) n vuoden ajan. Investoinnin jäännösarvo oletetaan nollaksi. Käytetään vuotuisesta 0-vuoden rahassa ilmaistavasta käyttökatteesta symbolia P_0. Nimellisen käyttökatteen oletetaan kasvavan 100s%:n inflaatiovauhdilla. Inflaatio on luonteeltaan jatkuva suure, minkä vuoksi inflaatiota ja siten käyttökatteen nimellistä kasvua tarkastellaan jatkuvana. Kun investoinnista saatavat nimelliset käyttökatteet kasvavat s:n vauhdilla, saadaan investoinnista vuonna t saatavaksi nimelliseksi käyttökatteeksi

(2.1) $$P_t = P_0 e^{st},$$

missä e on luonnollisen logaritmijärjestelmän kantaluku.

Investoinnin sisäinen korko saadaan etsimällä korkokanta r, jolla diskontattujen vuotuisten nimellisten käyttökatteiden yhteenlaskettu nykyarvo muodostuu investoinnin hankintamenon suuruiseksi. Yksittäisen, vuonna t saatavan P_t:n suuruisen nimellisen käyttökatteen nykyarvoksi saadaan[1]

(2.2) $$NPV(P_t) = P_t e^{-rt}.$$

Sijoituksella $P_t = P_0 e^{st}$ saadaan

(2.3) $$NPV(P_t) = P_0 e^{(s-r)t}.$$

---

1 Myös diskonttauksessa käytetään jatkuvaa korkoa, siirtyminen yhtäpitävän tuloksen tuottavaan diskreettiin korkoon voidaan toteuttaa yksinkertaisella muunnoksella, ks. Aho - Virtanen (1981), liite 2.

Lausekkeissa r tarkoittaa nimellistä sisäistä korkoa. Reaalikorko on r - s. Käyttökatteiden nykyarvojen summaksi saadaan vastaavasti

$$(2.4) \qquad NPV(P) = \sum_{t=1}^{n} NPV(P_t) = P_0 \sum_{t=1}^{n} e^{(s-r)t}$$

$$= \begin{cases} P_0 e^{s-r} \dfrac{1 - e^{(s-r)n}}{1 - e^{s-r}} & (r \neq s) \\ nP_0 & (s = r). \end{cases}$$

P_0:n kertoimet on saatu geometrisen sarjan summakaavaa käyttäen. Tapauksessa, jossa investoinnin nimellinen sisäinen korko on inflaatiovauhdin suuruinen nimellisten käyttökatteiden nykyarvo saadaan pitoajan ja yksittäisen 0-vuoden rahassa ilmaistun käyttökatteen tulona.

ROI:n määrittelemisessä tarvitaan käyttökatteiden nykyarvojen asemesta käyttökatteiden kokonaissummaa, jossa ei oteta huomioon rahan aika-arvoa. Nimellisten käyttökatteiden summaksi saadaan

$$(2.5) \qquad SUM(P) = \sum_{t=1}^{n} P_t = P_0 \sum_{t=1}^{n} e^{st}$$

$$= \begin{cases} P_0 e^{s} \dfrac{1 - e^{sn}}{1 - e^{s}} & (s \neq 0) \\ nP_0 & (s = 0). \end{cases}$$

ROI:ta laskettaessa käyttökatteena käytetään käyttökatteiden aritmeettista keskiarvoa

$$(2.6) \qquad \bar{P} = SUM(P)/n.$$

ROI:n nettotulosta laskettaessa käyttökatteesta vähennetään vuotuinen poisto. Käytetään poistolaskentaan tasapoistoa. Investoinnin hankintameno korvataan lausekkeen (2.4) mukaisella käyttökatteiden nykyarvolla, koska ne ovat sisäisen koron menetelmää

käytettäessä yhtä suuria. Vuotuiseksi tasapoistoksi saadaan

$$(2.7) \qquad D_t = \bar{D} = NPV(P)/n.$$

Käytetään aluksi ROI:n määrittelytapaa, jossa keskimääräisen käyttökatteen ja tasapoiston erotus suhteutetaan pitoajan alussa sidottuun pääomaan[1]. ROI:ksi saadaan

$$(2.8) \qquad ROI = \frac{\bar{P} - \bar{D}}{NPV(P)}$$

$$= \frac{SUM(P) - NPV(P)}{n \cdot NPV(P)}$$

$$= \frac{1}{n}\left(\frac{SUM(P)}{NPV(P)} - 1\right).$$

Sijoittamalla aikaisemmat SUM(P):n ja NPV(P):n määrittelyt lausekkeeseen (2.8) saadaan ROI:n lausekkeeksi

$$(2.9) \qquad ROI = \frac{P_0 e^{s} \dfrac{1 - e^{sn}}{1 - e^{s}} - P_0 e^{s-r} \dfrac{1 - e^{(s-r)n}}{1 - e^{s-r}}}{n \cdot P_0 e^{s-r} \dfrac{1 - e^{(s-r)n}}{1 - e^{s-r}}}$$

$$= \frac{e^{r} \dfrac{1 - e^{sn}}{1 - e^{s}} - \dfrac{1 - e^{(s-r)n}}{1 - e^{s-r}}}{n \dfrac{1 - e^{(s-r)n}}{1 - e^{s-r}}}$$

$$= \frac{e^{r}(1 - e^{sn})(1 - e^{s-r}) - (1 - e^{s})(1 - e^{(s-r)n})}{n(1 - e^{s})(1 - e^{(s-r)n})}$$

$$= \frac{e^{rn}(1 - e^{sn})(e^{r} - e^{s}) - (1 - e^{s})(e^{rn} - e^{sn})}{n(1 - e^{s})(e^{rn} - e^{sn})}$$

Käytettäessä korkotekijästä e^r merkintää R ja inflaatiotekijästä e^s merkintää S saadaan

---

1 Jäljempänä käytetään sidotun pääoman määrittelyssä myös tapaa, jossa tarkastellaan keskimäärin sidotun pääoman määrää. Nämä lienevät yleisimmät ROI:n määrittelytavat investointilaskennassa. Muista ROI:n määrittelytavoista ks. Clark - Hindelang - Pritchard (1979), s. 52-53.

$$(2.10) \qquad ROI = \frac{R^n(1 - S^n)(R - S) - (1 - S)(R^n - S^n)}{n(1 - S)(R^n - S^n)}$$

$$= \frac{1}{n} \left[\frac{R^n(1 - S^n)(R - S)}{(1 - S)(R^n - S^n)} - 1\right].$$

Edellä oleva ROI:n lauseke soveltuu tapauksiin $s \neq 0$ $(s > 0)$ ja $r \neq s$. Tapauksissa $s = 0$ ja $r = s$ edellä oleva lauseke tulee muotoon 0/0, jolloin sen arvo on laskettava arvoja $SUM(P) = nP_0$ tai $NPV(P) = nP_0$ käyttäen tai jäljempänä esille tulevina rajatarkasteluina $s \to 0$ tai $r \to s$. Mistään ROI:n erityislaatuisesta käyttäytymisestä (epäjatkuvuus tms.) ei näilläkään kohdin siten ole kysymys.

22. ROI:n ja sisäisen koron välinen riippuvuusanalyysi vakaan rahanarvon vallitessa

Tarkastellaan ensin ROI:n riippuvuutta sisäisestä korosta r tapauksessa $s = 0$ $(S = 1)$. Tällöin investoinnista saatavat nimelliset käyttökatteet pysyvät vakiona, eli $P_0 = P_t = P$. Lausekkeesta (2.10) saadaan ROI:lle lauseke[1].

$$(2.11) \qquad ROI_{s=0} = \frac{1}{n} \left[\frac{R^n n(R - 1)}{R^n - 1} - 1\right]$$

$$= \frac{R^n(R - 1)}{R^n - 1} - \frac{1}{n}$$

$$= \frac{1}{\bar{a}_{\overline{n}|r}} - \frac{1}{n} = \frac{n - \bar{a}_{\overline{n}|r}}{n\bar{a}_{\overline{n}|r}},$$

missä $\bar{a}_{\overline{n}|r} = \frac{R^n - 1}{R^n(R - 1)}$ = jaksollisten jälkikäteisten maksujen nykyarvotekijä (jatkuva korko).

1 Lausekkeessa (2.10) oleva $(1 - S)^n/(1 - S) = 1 + S + S^2 + \ldots S^{n-1} = 1 + 1 + \ldots + 1 = n$, kun $S = 0$.

ROI:n ja sisäisen koron (r) vertaamiseksi tarkastellaan erotusta ROI − r erityisesti r:n funktiona (eri n:n arvoilla). Erotuslausekkeeksi $g(r)$ saadaan

$$(2.12) \qquad g(r) = ROI(r) - r$$

$$= \frac{e^{rn}(e^r - 1)}{e^{rn} - 1} - \frac{1}{n} - r.$$

Tapauksessa $g(r) = 0$ investoinnin kannattavuustaso muodostuu molemmilla menetelmillä täsmälleen samaksi, tapauksessa $g(r) > 0$ ROI muodostuu sisäistä korkoa korkeammaksi ja tapauksessa $g(r) < 0$ ROI:n ja sisäisen koron välinen suhde on päinvastainen. Erotuslausekkeen $g(r)$ analysoimiseksi siirrytään korkotekijään $R = e^r$, jolloin merkitään[1]

$$(2.13) \qquad G(R) = ROI(R) - \ln R$$

$$= \frac{R^n(R - 1)}{R^n - 1} - \frac{1}{n} - \ln R.$$

Määritetään seuraavaksi erotuslausekkeen arvot vaihteluvälin $0 \le r \le \infty$ päätepisteissä[2]

$$(2.14) \qquad g(0) = G(1) = \frac{1}{n} - \frac{1}{n} - 0 = 0.$$

$$(2.15) \qquad \lim_{r\to\infty} g(r) = \lim_{R\to\infty} G(R) = \lim_{R\to\infty}\left[\frac{R^{n+1} - R^n}{R^n - 1} - \frac{1}{n} - \ln R\right]$$

$$= \lim_{R\to\infty}\left[\frac{R - 1}{1 - R^{-n}} - \frac{1}{n} - \ln R\right] = \infty.$$

Näin ROI:n ja sisäisen koron erotuksen päätepisteiden arvot ovat 0 ja ∞. Funktion $G(R)$ käyttäytyminen välillä $(1, \infty)$ tutkitaan seuraavassa derivaatan avulla. Derivaataksi saadaan ensin yleisesti

1 $r = \ln R$.

2 $\bar{a}_{\overline{n}|0} = n$.

$$(2.16)\qquad \frac{dG}{dR} = \frac{[(n+1)R^{n} - nR^{n-1}][R^{n} - 1] - nR^{n-1}[R^{n+1} - R^{n}]}{(R^{n} - 1)^{2}} - \frac{1}{R}$$

$$= \frac{(n+1)R^{2n} - (n+1)R^{n} - nR^{2n-1} + nR^{n-1} - nR^{2n} + nR^{2n-1}}{(R^{n} - 1)^{2}} - \frac{1}{R}$$

$$= \frac{R^{2n+1} - R^{2n} - (n+1)R^{n+1} + (n+2)R^{n} - 1}{R^{2n+1} - 2R^{n+1} + R}$$

Derivaatta $\frac{dG}{dR}$ tulee pisteessä $R = 1$ epämääräiseen muotoon $\frac{0}{0}$, joten sovelletaan l'Hôpitalin sääntöä

$$(2.17)\qquad \left[\frac{dG}{dR}\right]_{R=1} = \left[\frac{(2n+1)R^{2n} - 2nR^{2n-1} - (n+1)^{2}R^{n} + n(n+2)R^{n-1}}{(2n+1)R^{2n} - 2(n+1)R^{n} + 1}\right]_{R=1}$$

Lauseke on edelleen muotoa $\frac{0}{0}$, joten jatketaan derivointia:

$$(2.18)\qquad \left[\frac{dG}{dR}\right]_{R=1} = \left[\frac{(2n+1)2nR^{2n-1} - 2n(2n-1)R^{2n-2} - (n+1)^{2}nR^{n-1} + (n+2)n(n-1)R^{n-2}}{(2n+1)2nR^{2n-1} - 2(n+1)nR^{n-1}}\right]_{R=1}$$

$$= -\frac{n(n-1)}{2n^{2}} < 0$$

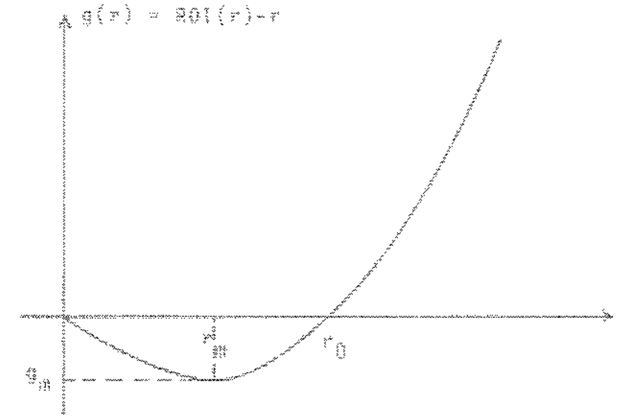
Derivaatta $\frac{dG}{dR}$ on siten pisteessä $R = 1$ ($r = 0$) yhtä poikkeusta lukuunottamatta negatiivinen. Poikkeustapauksessa $n = 1$ derivaatta $= 0$. On siis saatu derivaatan $\frac{dG}{dR}$ käyttäytymisestä pisteessä 1 seuraava tulos: kaikilla n:n arvoilla ($n > 1$) pätee

$$(2.19)\qquad \left[\frac{dg}{dr}\right]_{r=0} = \left[\frac{dG}{dR}\right]_{R=1} < 0.$$

Kun r alkaa kasvaa 0:sta (investoinnin sisäinen korko kohoaa positiiviseksi), muodostuu erotus $g(r) = ROI - r$ negatiiviseksi. Siten alhaisilla investoinnin tuottotasoilla sisäinen korko muodostuu ROI:ta korkeammaksi. Arvoista $g(0) = 0$, $\left[\frac{dg}{dr}\right]_{r=0} < 0$, $\lim_{r\to\infty} g(r) = \infty$ sekä $g(r)$:n yleisestä lausekkeesta

$$(2.20)\qquad g(r) = \frac{e^{r} - 1}{1 - e^{-rn}} - \frac{1}{n} - r$$

voidaan päätellä funktion $g(r)$ kulku yleisesti kuvion 2.1 mukaisesti. Funktio lähtee liikkeelle origosta, on negatiivinen ($ROI < r$) erällä välillä $0 < r < r_0$, nolla ($ROI = r$) pisteessä $r = r_0$ ja positiivinen ($ROI > r$) alueella $r > r_0$. Itseisarvoltaan suurin negatiivinen erotus g_m saavutetaan eräässä pisteessä $r = r_m$.



Kuvio 2.1 Erotuslausekkeen $g(r)$ riippuvuus investoinnin sisäisestä korosta r.

Muodostetaan seuraavaksi määritysehdot r_0:lle ja r_m:lle. Arvo r_0 on yhtälön

$$(2.21)\qquad g(r) = \frac{e^{r} - 1}{1 - e^{-rn}} - \frac{1}{n} - r = 0$$

(positiivinen) juuri. Yhtälö ei ratkea analyyttisesti, mutta numeerisesti se voidaan ratkaista n:n kiinnityksen jälkeen. Esimerkiksi tapauksessa $n = 10$ saadaan yhtälön (2.21) ratkaisuksi $r_0 = 0.398$. Siten 10 vuoden pitoajan omaavan investoinnin sisäisen koron ollessa 39.8 % ROI muodostuu täsmälleen samaksi. Vastaavasti esimerkkitapauksessa sisäinen korko muodostuu ROI:ta suuremmaksi sisäisen koron alueella $0 < 100r < 39.8$ %.

Itseisarvoltaan suurin ROI:n ja r:n negatiivinen erotus g_m saavutetaan sisäisen koron pisteessä $r = r_m$. Tämä arvo r_m määräytyy ehdosta

(2.22) $$\left[\frac{dg}{dr}\right]_{r=r_m} = 0$$

eli ehdosta

(2.23) $$\left[\frac{dG}{dR}\right]_{R=R_m} = 0.$$

Saadaan ehto R_m:lle

(2.24) $$R^{2n+1} - R^{2n} - (n + 1)R^{n+1} + (n + 2)R^{n} - 1 = 0.$$

Ratkaisu yhtälölle (2.24) on jälleen etsittävä numeerisesti määrittämällä ensin R_m ja siitä $r_m = \ln R_m$. Esimerkiksi tapauksessa $n = 10$ saadaan $R_m = 1.215$ ja $r_m = \ln 1.215 = 0.195$. Investoinnin kannattavuusmittareiden ROI ja r (negatiivinen) erotus on siten suurimmillaan tasolla 100r = 19.5 % ja on itseisarvoltaan $-g(0.195) = 0.195 - \mathrm{ROI}(0.195) = 0.195 - 0.151 = 0.044$. Sisäinen korko on siten 19.5 % ja ROI 15.1 %.

Tarkastellaan seuraavaksi pitoajan n vaikutusta r_0:n sekä r_m:n ja g_m:n arvoihin. Taulukkoon 2.1 on laskettu r_0, r_m, ROI(r_m) ja $|g_m|$ eräillä n:n arvoilla. Kun pitoaika on vuoden pituinen (kertapoisto), on g(r):llä muista n:n arvoista poikkeava käyttäytyminen[1]. Tällä n:n arvolla on

(2.25) $$\mathrm{ROI} = \frac{e^r(e^r - 1)}{e^r - 1} - 1 = e^r - 1,$$

joka on positiivisilla r:n arvoilla aina r:ää suurempi. Tämä johtuu siitä, että ROI ei ota huomioon rahan aika-arvoa (aikatekijää). Tässä erikoistapauksessa tilannetta ROI < r ei esiinny

1 Vrt. edellä derivaatan $\frac{dg}{dr}$ tarkastelu origossa.

Taulukko 2.1 Pitoajan vaikutus r_0:n, r_m:n ja g_m:n arvoihin

n	$100r_0$	$100r_m$	$100\mathrm{ROI}(r_m)$	$\lvert 100g_m \rvert$
1	-	-	-	-
2	42.5 %	22.1 %	19.2 %	2.9 %
3	49.6 %	25.8 %	21.3 %	4.5 %
4	49.9 %	25.9 %	20.8 %	5.1 %
5	48.5 %	25.0 %	19.8 %	5.2 %
10	39.8 %	19.5 %	15.1 %	4.4 %
20	29.8 %	13.4 %	10.4 %	3.0 %
40	21.5 %	8.5 %	6.7 %	1.8 %
100	13.8 %	4.4 %	3.6 %	0.8 %
∞	0	0	0	0

laisinkaan. Kun $n > 1$, on tilanne kuvion 2.1 mukainen. Alueessa $0 < r < r_0$ on ROI < r ($g(r) < 0$), alue $(0, r_0)$ on n:n mukana aluksi kasvava ollen suurimmillaan n:n arvolla 4 ($100r_0$ on tällöin 49.9 %) ja tämän jälkeen supistuva. Rajalla, n:n lähestyessä ääretöntä, väli $(0, r_0)$ kutistuu pisteeksi (origoksi). Kriittisen sisäisen koron r_0 jälkeen on ROI > r.

Erotus $g(r) = \mathrm{ROI}(r) - r$ on siis negatiivinen alueessa $0 < r < r_0$. Itseisarvoltaan suurimmillaan tämä erotus on kohdassa $r = r_m$. Pisteen r_m riippuvuus n:stä on samanlainen kuin r_0:nkin. Aluksi r_m:n arvo kasvaa n:n mukana kääntyen n:n arvosta 4 lähtien laskuun ja lähestyen raja-arvoa 0.

Edelleen taulukkoon 2.1 on laskettu r_m:ää vastaavan erotuksen g_m itseisarvo, so. sisäisen koron ja ROI:n erotus silloin kun se on suurimmillaan sisäisen koron hyväksi. Tämän riippuvuus pitoajasta n on samantyyppinen kuin r_0:n ja r_m:nkin. Suurin arvo saavutetaan nyt pitoajan arvolla n = 5 vuotta.

23. ROI:n ja sisäisen koron välinen riippuvuusanalyysi inflaation vallitessa

231. Analyyttinen tarkastelu

Inflaation vaikutusten analysoimiseksi seuraavassa esitetään vielä koottuna ROI:n lausekkeet erilaisilla sisäisen koron ja inflaatiovauhdin olettamuksilla

$$
(2.26)\qquad ROI = \begin{cases} \dfrac{1}{n}\left[\dfrac{R^n(S^n - 1)(R - S)}{(S - 1)(R^n - S^n)} - 1\right], & \text{kun } r \neq s \neq 0 \\[2ex] \dfrac{1}{n}\left[\dfrac{R(R^n - 1)}{n(R - 1)} - 1\right], & \text{kun } r = s \neq 0 \\[2ex] \dfrac{1}{n}\left[\dfrac{nR^n(R - 1)}{R^n - 1} - 1\right], & \text{kun } r \neq s = 0 \\[2ex] 0, & \text{kun } r = 0. \end{cases}
$$

Inflaation vaikutukset realisoituvat siten, että investoinnista saatavan käyttökatteen oletetaan kasvavan inflaatiota s vastaavasti. Käyttökate pysyy reaalisesti vakiosuuruisena, joten tässä tarkastellaan yhtä yleisesti käytettyä ajallista kassavirtaprofiilia. Tarkastellaan ensin erotusta $g(r) = ROI(r) - r$[1] positiivisen inflaation ($s > 0$, $S > 1$) tapauksessa. Tarkoituksena on osoittaa, että $g(r)$:n laadullinen käyttäytyminen on samanlainen kuin vakaan rahanarvon tapauksessa ($s = 0$, $S = 1$).

Investoinnin sisäisen koron ollessa 0 erotuslauseke tulee jälleen muotoon

$$
(2.27)\qquad g(0) = G(1) = \frac{1}{n}\left[\frac{1^n(S^n - 1)(1 - S)}{(S - 1)(1 - S^n)} - 1\right] - \ln 1 = 0.
$$

---

1 Tai $G(R) = ROI(R) - \ln R$.

Toisessa sisäisen koron päätepisteessä saadaan matemaattiseksi raja-arvoksi jälleen

$$
(2.28)\qquad \lim_{r\to\infty} g(r) = \lim_{R\to\infty} G(R) = \lim_{R\to\infty}\left(\frac{(S^n - 1)(R - S)}{n(S - 1)\left(1 - \frac{S^n}{R^n}\right)} - \frac{1}{n} - \ln R\right) = \infty .
$$

Osoitetaan seuraavassa, että myös tapauksessa $s > 0$ on pienillä sisäisen koron r arvoilla $g(r) < 0$ ($ROI < r$) ja tietyn kriittisen arvon $r = r_0$ jälkeen $g(r) > 0$ ($ROI > r$)[1]. Kriittinen sisäinen korko r_0 riippuu nyt paitsi pitoajasta n myös inflaatiovauhdista s.

Muodostetaan seuraavaksi derivaatta

$$
\begin{aligned}
(2.29)\qquad \frac{dG}{dR} &= \frac{d}{dR}\left[\frac{S^n - 1}{n(S - 1)}\,\frac{R^{n+1} - SR^n}{R^n - S^n} - \frac{1}{n} - \ln R\right] \\
&= \frac{S^n - 1}{n(S - 1)}\,\frac{[(n + 1)R^n - nSR^{n-1}](R^n - S^n) - nR^{n-1}(R^{n+1} - SR^n)}{(R^n - S^n)^2} - \frac{1}{R} \\
&= \frac{S^n - 1}{n(S - 1)}\,\frac{R^{2n} - (n + 1)S^nR^n + nS^{n+1}R^{n-1}}{(R^n - S^n)^2} - \frac{1}{R} \\
&= \frac{(S^n - 1)(R^{2n+1} - (n + 1)S^nR^{n+1} + nS^{n+1}R^n) - n(S - 1)(R^n - S^n)^2}{nR(S - 1)(R^n - S^n)^2}.
\end{aligned}
$$

Tason $(r, g(r))$ origossa on nyt erityisesti

$$
\begin{aligned}
(2.30)\qquad \left(\frac{dg}{dr}\right)_{r=0} &= \left(\frac{dG}{dR}\right)_{R=1} \\
&= \frac{(S^n - 1)[1 - (n + 1)S^n + nS^{n+1}] - n(S - 1)(S^n - 1)^2}{n(S - 1)(S^n - 1)^2} \\
&= \frac{-S^n + nS - n + 1}{n(S - 1)(S^n - 1)},
\end{aligned}
$$

Erikoistapauksessa $n = 1$ $g(r)$:llä on jälleen muista n:n arvoista poikkeava käyttäytyminen. Derivaattalauseke on tällöin

---

1 Poikkeuksena jälleen tapaus $n = 1$.

$$(2.31)\qquad \left(\frac{dg}{dr}\right)_{r=0} = \frac{-S + S - 1 + 1}{(S - 1)(S - 1)} = 0 \qquad (n = 1)$$

ja itse erotuslauseke

$$(2.32)\qquad G(R) = \frac{R(S - 1)(R - S)}{(S - 1)(R - S)} - 1 - \ln R$$

$$= R - 1 - \ln R, \qquad (n = 1)$$

jolloin sisäisen koron erotuslausekkeeksi tulee

$$(2.33)\qquad g(r) = e^{r} - 1 - r \qquad (n = 1).$$

Sisäisen koron erotuslauseke on aina positiivinen kun $r > 0$.

Yleisesti ($n \geq 2$) on

$$(2.34)\qquad \left(\frac{dg}{dr}\right)_{r=0} = \frac{-S^{n} + nS - n + 1}{n(S - 1)(S^{n} - 1)}$$

$$= -\frac{(S - 1)^{2}\{S^{n-2} + 2S^{n-3} + 3S^{n-4} + \dots + (n - 3)S^{2} + (n - 2)S + (n - 1)\}}{n(S - 1)(S^{n} - 1)}$$

$$= -\frac{(S - 1)^{2}\sum_{t=0}^{n-2}(t + 1)S^{n-2-t}}{n(S - 1)^{2}(S^{n-1} + S^{n-2} + \dots + S + 1)}$$

$$= -\frac{\sum_{t=0}^{n-2}(t + 1)S^{n-2-t}}{n\sum_{t=0}^{n-1}S^{t}} < 0.$$

Funktion $g(r)$ yleinen kulku on siten luonteeltaan samanlainen kuin vakaan rahanarvon tilanteessakin. Funktio lähtee origosta, on aluksi vähenevä ja negatiivinen[1], muuttuu eräällä sisäisen koron arvolla r_m kasvavaksi tulleen kriittisen arvon $r = r_0$ jälkeen positiiviseksi ja kasvaen lopulta yli kaikkien rajojen.

Erotuslausekkeen $g(r)$ arvon voimakas kasvu johtuu siitä, että ROI painottaa kaikkina pitoajan vuosina saatavia nettotuloja samalla tavalla. Suuremmat nimelliset nettotulot ajoittuvat

1 Poikkeuksena on $n = 1$.

pitoajan loppuvuosille. Näiden nettotulojen paino vähenee sitä vastoin sisäisen koron menetelmässä geometrisesti, jolloin ROI:n ja sisäisen koron erotus tulee suureksi.

Kriittisen sisäisen koron r_0 määritysehto on nyt

$$(2.35)\qquad g(r) = \frac{e^{rn}(e^{sn} - 1)(e^{r} - e^{s})}{n(e^{s} - 1)(e^{rn} - e^{sn})} - \frac{1}{n} - r = 0.$$

Ratkaisu r_0 on sekä pitoajan n että inflaatiovauhdin s funktio ja se on etsittävä numeerisesti.

Erotuslausekkeen $g(r)$ itseisarvoltaan suurimman negatiivisen arvon g_m tuottava sisäinen korko r_m saadaan ehdosta

$$(2.36)\qquad \left(\frac{dg}{dr}\right)_{r=r_m} = \left(\frac{dG}{dR}\right)_{R=R_m} = 0,$$

eli ehdosta

$$(2.37)\qquad (S^{n} - 1)[R^{2n+1} - (n + 1)S^{n}R^{n+1} + nS^{n+1}R^{n}] - n(S - 1)(R^{n} - S^{n})^{2} = 0.$$

Ratkaisu on etsittävä jälleen numeerisesti. Esimerkiksi inflaatiovauhdin ollessa 9.53 % ($S = 1.10$) 10 vuoden pitoajan omaaville investoinnille saadaan $r_m = 0.105$ (10.5 %) ja $r_0 = 0.205$ (20.5 %).

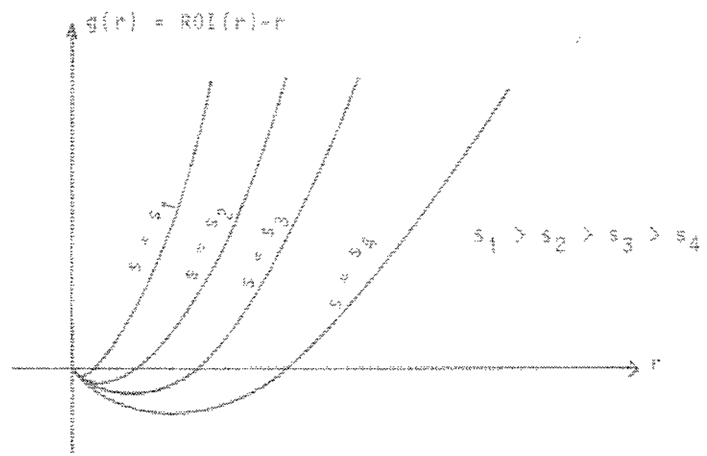
232. Numeerinen tarkastelu

ROI:n ja sisäisen koron välisiä suhteita analysoitiin myös numeerisesti. ROI:n arvo ja erotuslauseke $g(r)$ laskettiin erilaisilla pitoajan ja inflaatiovauhdin yhdistelmillä sisäisen koron vaihdellessa välillä 0 - 100 %. Inflaatiovauhdin annettiin vaihdella välillä 0 - 50 % ja pitoajan 5 - 40 vuotta.

Kaikilla pitoajan arvoilla funktion $g(r)$ tyypillinen muoto säilyi, ts. $g(0) = 0$, $g(r) < 0$, kun $0 < r < r_0$, $g(r_0) = 0$, $g(r) > 0$, kun $r > r_0$[1].

1 Kun $n = 1$, on kuitenkin $g(r) > 0$, kun $r > 0$.

Inflaatiovauhdin s kohoaminen kasvattaa ROI:ta, jonka seurauksena käyrä g(r) siirtyy ylemmäksi. Tämän seurauksena r_0 ja r_m siirtyvät kohti origoa ja $/g_m/$ pienenee. Näitä riippuvuuksia havainnollistaa kuvio 2.2. Alueella $r > r_0$ sisäisen koron ollessa kiinnitetty ROI:n ja nimellisen sisäisen koron välinen positiivinen erotus muodostuu sitä suuremmaksi, mitä suurempi on inflaatiovauhti.



Kuvio 2.2 Inflaation vaikutus erotuslausekkeeseen g(r)

Inflaation kohoamisen vaikutus voimistuu pitoajan kasvaessa, mikä johtuu juuri siitä, ettei ROI ota huomioon aikatekijää. Esimerkiksi pitoajan arvolla $n = 40$ vuotta ROI kasvaa voimakkaan inflaation vallitessa niin paljon, ettei sitä voida käyttää investoinnin kannattavuuden mittarina. Tällöin investoinnin (nimellisen) sisäisen koron ollessa 20 % ja inflaatiovauhdin 20 % ROI:n arvoksi tulee 1025 %. Suurilla pitoajan ja inflaation arvoilla ROI ei anna riittävää likiarvoa sisäiselle korolle paitsi aivan alhaisilla sisäisen koron arvoilla. ROI yliarvioi investoinnin todellista kannattavuutta. Erotuslausekkeen suuruus riippuu pitoajan ja inflaatiovauhdin ohella ratkaisevasti sisäisestä korosta. Riittävän alhaisilla sisäisen koron tasoilla ROI muodostuu sisäistä korkoa alhaisemmaksi.

233. Keskimäärin sidottuun pääomaan perustuva ROI:n määrittely

Edellä ROI on määritelty siten, että sen nimittäjässä on käytetty pitoajan alussa sidottua pääomaa (= NPV(P)). Tarkastellaan seuraavassa ROI:n ja sisäisen koron välisiä suhteita tapauksessa, jossa ROI määritelläänkin investointiin keskimäärin sidotun pääoman perusteella. Investointiin keskimäärin sidotun pääoman määrä on $\frac{n+1}{2n}$ NPV(P). Tällöin ROI saadaan lausekkeesta

$$(2.38)\qquad ROI = \frac{\bar{P} - \bar{D}}{\frac{n+1}{2n}\,NPV(P)} = \frac{2}{n+1}\,\frac{SUM(P) - NPV(P)}{NPV(P)}$$

$$= \frac{2}{n+1}\left[\frac{SUM(P)}{NPV(P)} - 1\right]$$

Sijoittamalla yllä olevaan lausekkeeseen SUM(P):n ja NPV(P):n määritelmät saadaan ROI:n lasekkeeksi (vrt. lauseke 2,26)

$$(2.39)\qquad ROI = \begin{cases} \frac{2}{n+1}\left[\frac{R^n(S^n - 1)(R - S)}{(S - 1)(R^n - S^n)} - 1\right], & \text{kun } r \neq s > 0 \\ \frac{2}{n+1}\left[\frac{R(R^n - 1)}{n(R - 1)} - 1\right], & \text{kun } r = s > 0 \\ \frac{2}{n+1}\left[\frac{nR^n(R - 1)}{R^n - 1} - 1\right], & \text{kun } r > s = 0 \\ 0, & \text{kun } r = 0 \end{cases}$$

Tarkastellaan seuraavaksi erotusta $g(r) = ROI(r) - r$ $(G(R) = ROI(R) - \ln R)$

$$(2.40)\qquad G(R) = \frac{2}{n+1}\left[\frac{R^n(S^n - 1)(R - S)}{(S - 1)(R^n - S^n)} - 1\right] - \ln R,$$

Erotuslausekkeen derivaataksi saadaan

$$(2.41)\qquad \frac{dG}{dR} = \frac{2(S^n - 1)}{(n + 1)(S - 1)} \cdot \frac{R^{2n} - (n + 1)S^n R^n + nS^{n+1}R^{n-1}}{(R^n - S^n)^2} - \frac{1}{R}$$

$$= \frac{2(S^n - 1)[R^{2n-1} - (n + 1)S^n R^{n-1} + nS^{n+1}R^{n-2}] - (n + 1)(S - 1)(R^n - S^n)^2}{(n + 1)(S - 1)(R^n - S^n)^2}.$$

Sisäisen koron origopistettä vastaavassa R-pisteessä (R = 1) derivaataksi saadaan

$$(2.42)\qquad \left(\frac{dG}{dR}\right)_{R=1} = \frac{2(S^n - 1)[1 - (n + 1)S^n + nS^{n+1}] - (n + 1)(S - 1)(S^n - 1)^2}{(n + 1)(S - 1)(S^n - 1)^2}$$

$$= \frac{(n - 1)S^{n+1} - (n + 1)S^n + (n + 1)S - n + 1}{(n + 1)(S - 1)(S^n - 1)}$$

$$= \frac{(S - 1)^2[(n - 1)S^{n-1} + (n - 3)S^{n-2} + \ldots + (n - 1 - 2(n - 2))S + (n - 1 - 2(n - 1))]}{(n + 1)(S - 1)^2(S^{n-1} + S^{n-2} + \ldots + S + 1)}$$

$$= \frac{\sum_{t=0}^{n-1}(n - 1 - 2t)S^{n-1-t}}{(n + 1)\sum_{t=0}^{n-1}S^t}.$$

Derivaattalausekkeen (2.42) nimittäjä on selvästi positiivinen. Osoittajassa on parillinen määrä inflaatiotekijän S potensseja. Jos pitoaika n on parillinen eli n on muotoa n = 2 m, termejä on n = 2 m kappaletta. Jos n on pariton eli muotoa n = 2 m + 1 keskimmäisen potenssin kerroin tulee nollaksi ja termejä jäljelle parillinen määrä n - 1 = 2 m. Termeistä puolella eli m:llä ensimmäisellä on positiivinen kerroin, kertoimien ollessa n - 1, n - 3, ... , 3, 1 (jos n on parillinen) tai n - 1, n - 3, ... , 4, 2 (jos n on pariton), molemmat sarjat S:n alenevien potenssien mukaan lueteltuna. Loppuosalla termeistä (m kpl) ovat kertoimet -1, -3, ... , -(n - 3), -(n - 1) (n on parillinen) tai -2, -4 ... , -(n - 3), -(n - 1) (n on pariton), jälleen alenevien potenssien mukaan lueteltuna. Koska parittaisista itseisarvoltaan yhtä suurista kertoimista positiiviseen liittyy aina korkeampi S:n potenssi, siis suurempi positiivinen arvo, on helppo päätellä, että myös osoittaja ja siten koko derivaattalauseke on aina positiivinen[1].

1 n:n arvolla 1 derivaatta on kuitenkin 0 ja myös tapauksessa s = 0 (S = 1).

Havainnollistuksen vuoksi kirjoitetaan seuraavassa näkyviin derivaattalausekkeen muoto kun n = 5 (pariton) ja n = 6 (parillinen) vuotta. Arvolla n = 5 on

$$(2.43)\qquad \left(\frac{dG}{dR}\right)_{R=1} = \frac{4S^4 + 2S^3 - 2S - 4}{6(S^4 + S^3 + S^2 + S + 1)}$$

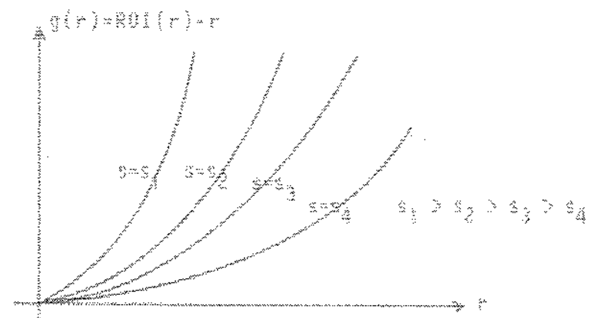
ja arvolla n = 6 on

$$(2.44)\qquad \left(\frac{dG}{dR}\right)_{R=1} = \frac{5S^5 + 3S^4 + S^3 - S^2 - 3S - 5}{7(S^5 + S^4 + S^3 + S^2 + S + 1)}$$

Erotuslauseke g(r) saa siis nyt heti arvosta r = 0 alkaen positiivisia arvoja (ROI > r)[1]. Tämä positiivisuus lisääntyy sisäisen koron r kohotessa ja kasvaa lopulta yli kaikkien rajojen. Edellä mainittua tulosta on vaikea analyyttisesti todistaa, mutta sen paikkansapitävyys voitiin kuitenkin todeta numeerisilla analyyseillä. Tulos on myös intuitiivisesti luonnollinen, kun sitä verrataan tapaukseen, jossa ROI:ta laskettaessa käytettiin pitoajan alussa sidottua pääomaa. Nyt ROI muodostuu jokaisella sisäisen koron tasolla 2n/(n + 1)-kertaiseksi. Näin ROI yliarvioi aina investoinnin todellista kannattavuutta pitoajasta riippumatta.

Erotuslausekkeen riippuvuus inflaatiovauhdista on samantyyppinen kuin kappaleessa 232 eli käyrä g(r) siirtyy ylemmäksi. Tätä on havainnollistettu kuviolla 2.3. Käyrät lähtevät origosta ja ovat jatkuvasti nousevia. ROI ja sisäisen koron välinen erotus muodostuu nyt aina positiiviseksi (ROI > r) ja annetulla nimellisen sisäisen koron tasolla positiivinen g(r) on sitä suurempi, mitä korkeammalla inflaatiotasolla liikutaan.

1 Kappaleessa 231 erotuslauseke g(r) oli aluksi laskeva.



Kuvio 2.3 Inflaation vaikutus erotuslausekkeeseen g(r)

3. JOHTOPÄÄTÖKSIÄ

Edellä on analysoitu ROI:n ja sisäisen koron välisiä suhteita tapauksessa, jossa investoinnista saatavat nettotulot pysyvät reaalisesti vakiona. Laskettaessa ROI pitoajan alussa sidotulle pääomalle ROI:n ja sisäisen koron välinen erotuskäyrä laskee origosta siirryttäessä positiivisen (nimellisen) sisäisen koron antaviin investointeihin. Tällöin sisäinen korko muodostuu ROI:ta korkeammaksi. Sisäisen koron kohotessa erotuslauseke $g(r) = ROI(r) - r$ saavuttaa maksiminsa tietyllä sisäisen koron r_m tasolla, jonka jälkeen erotuskäyrä alkaa kohota leikaten r-akselin (ROI = sisäinen korko) pisteessä r_0. Matemaattisena raja-arvona erotuslauseke kasvaa äärettömyyteen. Inflaatio siirtää r_0-pistettä (ja r:ää) kohti origoa. ROI saavuttaa sisäisen koron tason (ROI = r) sitä nopeammin, mitä korkeampi on inflaatio. Toisaalta inflaatiovauhdin ollessa annettu (ja $r > r_0$) ROI:n ja sisäisen koron välinen positiivinen erotus tulee sitä suuremmaksi, mitä korkeampi on investoinnin sisäinen korko. Inflaation kohoamisen vaikutus voimistuu pitoajan kasvaessa. Esimerkiksi 20 %:n sisäisen koron antava 40 vuoden pitoajan omaavan investoinnin ROI:ksi tulee 20 %:n inflaatiolla 1025 % (100r = 20 %!). Yleensäkin suurilla pitoajan ja inflaation arvoilla ROI yliarvioi investoinnin todellisen kannattavuuden (nimellisen sisäisen koron) niin paljon, ettei sitä tulisi käyttää kannattavuusmittarina. Edellä oleva suositus tulisi lisäksi ottaa sitä vakavammin, mitä korkeampi on investoinnin todellinen kannattavuus sisäisellä korolla mitattuna. Kuitenkin on syytä korostaa, että riittävän alhaisilla sisäisen koron arvoilla ROI muodostuu sisäistä korkoa alhaisemmaksi aliarvioiden siten investoinnin todellista kannattavuutta. Esimerkiksi 10 %:n inflaation vallitessa ROI aliarvioi investoinnin todellista kannattavuutta 5 vuoden pitoajan omaavassa investoinnissa aina 36.7 %:n sisäiseen korkoon saakka, 10 vuoden pitoajan omaavassa investoinnissa 20 %:n sisäiseen korkoon saakka ja 40 vuoden pitoajan omaavissa investoinneissa vain 1.7 %:n sisäiseen korkoon saakka. Näistä esimerkeistä nähdään myös, että ROI aliarvioi lyhytvaikutteisten investointien kannattavuutta ja vastaavasti yliarvioi pitkävaikutteisten investointien kannattavuutta[1].

---

1 Näin myös Merrett - Sykes (1976), s. 210.

Kun ROI lasketaan investointiin keskimäärin sidotulle pääomalle kasvaa ROI edellä olevaan verrattuna $2n/(n+1)$-kertaiseksi. Erotuskäyrä $g(r) = ROI(r) - r$ lähtee nytkin tason $(g(r), r)$ origosta, mutta derivaatta on positiivinen eli ROI ja sisäisen koron välinen positiivinen erotus alkaa kasvaa sisäisen koron kohotessa. ROI yliarvioi aina investoinnin todellista kannattavuutta pitoajasta riippumatta. ROI yliarvioi investoinnin kannattavuutta sitä enemmän, mitä suuremmasta inflaatiosta on kysymys. Tällaista ROI:n laskutapaa käytettäessä ROI-kriteeriin tulee suhtautua entistä kriittisemmin, erityisesti pitkävaikutteisia ja/tai hyvin kannattavia investointeja arvioitaessa.

Edellä inflaation vaikutuksista esitetyt johtopäätökset soveltuvat myös vakaan rahanarvon tilanteeseen silloin, kun investoinnista saatavat nettotulot kasvavat (reaalisesti = nimellisesti) 100s%:n vauhdilla. Tämä johtuu siitä, että tarkastelu tapahtuu ennen veroja.

SUMMARY

ANALYSIS OF RELATIONSHIPS BETWEEN ROI AND IRR UNDER INFLATION
- A Constant Real Cash-Flow Case -

The paper deals with two indices commonly used for measuring the profitability of an investment: the return on investment (ROI) and the internal rate of return (IRR). ROI may be considered as a simplified approximation for IRR and is commonly used instead of that. There are, however, several factors which cause differences between these two measures of profitability:

- the time dimension of cash-flows: the IRR-method takes the time value of money into account whereas in ROI no discounting occurs
- the depreciation method: IRR is based on annuity depreciation, in ROI the straight line depreciation in usually applied
- the service life of the investment: due to the lack of discounting in ROI, the two indices differ the more the longer the service life
- inflation: under inflation ROI also contains apparent profitability due to nominal increase of the cash-flows.

In the paper a mathematical model is constructed for comparing the behaviour of ROI and IRR in the constant real cash-flow case. In the model the difference between ROI and IRR is expressed as a function of three parameters: the profitability of the investment, the service life and the rate of inflation. Both analytical and simulated numerical solutions for the model are derived. On the basis of the results a clear description of the effects of the parameters on the relationships between ROI and IRR is obtained and, thus, several conclusions and recommendations for the usefulness of ROI can be made.

VIITATTU KIRJALLISUUS

Aho, Teemu - Virtanen, Ilkka — Leasingrahoituksen kannattavuus inflaatio-olosuhteissa. Lappeenrannan teknillinen korkeakoulu. Tuotantotalouden laitos. Report 1/1981. Lappeenranta 1981.

Carsberg, Bryan - Hope, Anthony — Business Investment Decisions under Inflation. London 1976.

Clark, John J. - Hindelang, Thomas J. - Pritchard, Robert E. — Capital Budgeting. Planning and Control of Capital Expenditures. Englewood-Cliffs, New Jersey 1979.

Gordon, Lawrence A. — Accounting Rate of Return vs. Economic Rate of Return. Journal of Business Finance and Accounting. Autumn 1974.

Honko, Jaakko - Virtanen, Kalervo — Teollisuusyritysten investointiprosessista Suomessa. Helsinki 1975.

Merrett, A.J. - Sykes, Allan — The Finance and Analysis of Capital Projects. London 1974.

Solomon, Ezra — Return on Investment: The Relation of Book-Yield to True Yield. Rappaport Alfred (Ed.). Information for Decision Making. Englewood Cliffs, New Jersey 1975.

Liite. Symboliluettelo

Symboli	Merkitys	Yksikkö
$a_{n\|r}$	jaksollisten jälkikäteisten suoritusten diskonttaus- l. nykyarvotekijä, kun jaksoja on n ja korkokanta on r (diskreetit suoritukset, jatkuva korko)	-
D_t	poisto vuonna t, t = 1,2,...,n	mk
$\bar{D}$	vuotuinen tasapoisto	mk
g(r)	ROI:n ja sisäisen koron erotus sisäisen koron (r) funktiona	1/v
g_m	erotuslausekkeen g(r) itseisarvoltaan suurin negatiivinen arvo	1/v
G(R)	ROI:n ja sisäisen koron erotus korkotekijän (R) funktiona	-
n	investoinnin pitoaika	v
$NPV(P_t)$	vuoden t (nimellisen) käyttökatteen nykyarvo, t = 1,2,...,n	mk
NPV(P)	vuosittaisten (nimellisten) käyttökatteiden nykyarvojen summa (vuodet 1,2,...,n)	mk
P_o	investoinnista saatava vuotuinen reaalinen käyttökate (investointihetken, vuoden 0, rahassa lausuttuna)	mk
P_t	(nimellinen) käyttökate vuonna t, t = 1,2,...,n	mk
$\bar{P}$	keskimääräinen vuotuinen (nimellinen) käyttökate	mk
r	investoinnin (nimellinen) sisäinen korko (jatkuva)	1/v
r_c	kriittinen sisäinen korko (sisäinen korko ja ROI yhtyvät)	1/v
r_m	sisäinen korko, jolla erotuksella g(r) on itseisarvoltaan suurin negatiivinen arvo	1/v
R	korkotekijä	-
ROI	investoinnin tuottoaste	1/v
s	inflaatiovauhti (jatkuva)	1/v
S	inflaatiotekijä	-
SUM(P)	(nimellisten) käyttökatteiden summa (vuodet 1-n)	mk
t	vuoden järjestysnumero (alaindeksi)	-
t	vuosien lukumäärä (esim. diskonttauksessa)	v