TEEMU AHO
Professori
Lappeenrannan teknillinen korkeakoulu

ILKKA VIRTANEN
Apulaisprofessori
Vaasan korkeakoulu

Käyttöpääoman käsittely investointilaskelmissa – II

3. KÄYTTÖPÄÄOMAN KÄSITTELY ANNUITEETTIMENETELMÄSSÄ

3.1 Vakaa rahanarvo

Annuiteettimenetelmää käytettäessä investoinnin vuosittaisia pääomakustannuksia verrataan investoinnin synnyttämään käyttökatteeseen tai vastaavaan nettotuloon. Annuiteettimenetelmän mielekäs käyttö edellyttää, että vertailtavat suureet (annuiteetti ja nettotulo) ovat ainakin likimain vakioita.[1] Tämän vuoksi käyttöpääomaa ei voida käsitellä maksuperusteisesti annuiteettimenetelmää käytettäessä. Käyttöpääomaa käsitellään siten kustannusperusteisesti.

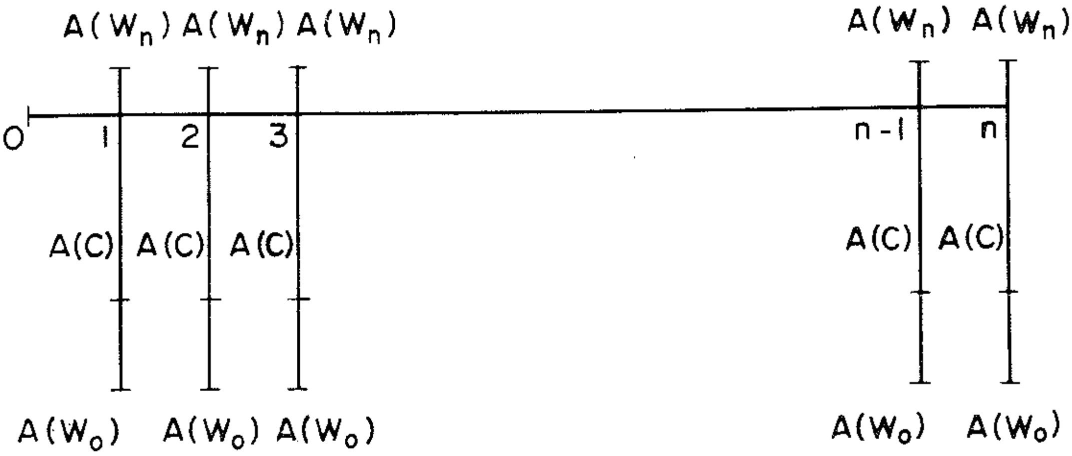
Olkoon käyttöomaisuusinvestoinnin suuruus = C ja vuosittainen vakaan rahanarvon mukainen annuiteetti A_0. Annuiteetti A_0 sisältää sekä käyttöomaisuusinvestoinnin (A(C)) että käyttöpääomainvestoinnin $(A(W_n)-A(W_0))$ pääomakustannukset. Käyttöomaisuusinvestoinnin jäännösarvo oletetaan nollaksi. Käyttöpääoman oletetaan palautuvan pitoajan lopussa alkuperäisessä arvossaan, eli $W_n = W_0$.

Vuosittaista annuiteettia A_0 laskettaessa sekä pitoajan lopussa palautuva käyttöpääoma W_n että käyttöpääomainvestointi W_0 jaetaan vuosiannuiteeteiksi $A(W_n)$ ja $A(W_0)$ annuiteettitekijän $c_{\overline{n}|i}$ avulla. Käyttöomaisuusinvestoinnin kohdalla menettely on sama kuin käyttöpääomainvestoinnissa. Tilanne on nyt kuvion 3.1 mukainen.

---

[1] Tosin esimerkiksi pitoaikana muuttuvat käyttökatteet voidaan muuttaa vakiokäyttökate-ekvivalentiksi. Merrett–Sykes (1976), s. 139–140.

Kuvio 3.1 Vuosiannuiteetin komponentit (vakaa rahanarvo, vakaa volyymi).



Vuosittaisen annuiteetin lauseke on

$$A_0 = A(W_n) - A(C) - A(W_0), \tag{3.1}$$

missä

$$A(C) = c_{\overline{n}|i}\, C = \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}\, C \tag{3.2}$$

on käyttöomaisuusinvestoinnin vuosiannuiteetti ja

$$A(W_0) = c_{\overline{n}|i}\, W_0 = \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}\, W_0 \tag{3.3}$$

on käyttöpääomainvestoinnin vuosiannuiteetti ja

$$A(W_n) = c_{\overline{n}|i}\, W_n = c_{\overline{n}|i}\, (1+i)^{-n} W_0 \tag{3.4}$$

$$= \frac{i}{(1+i)^n - 1}\, W_0$$

on pitoajan lopussa palautuvan käyttöpääoman vuosiannuiteetti.

Saadaan

$$A_0 = \frac{i}{(1+i)^n - 1}\, W_0 - \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}\, C - \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}\, W_0 \tag{3.5}$$

$$= - \frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n - 1}\, iW_0 - \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}\, C$$

$$= - iW_0 - c_{\overline{n}|i}\, C$$

$$= - (iW_0 + c_{\overline{n}|i}\, C)$$

Annuiteettimenetelmää käytettäessä käyttöpääoma otetaan huomioon siten, että käyttöomaisuusinvestoinnin pääomakustannuksiin ($c_{\overline{n}|i}$ C) lisätään käyttöpääoman vuosikorko (iW_0). Pitoajan lopussa palautuva käyttöpääoma takaa sen, ettei käyttöpääoman vuosikustannuksiin tarvitse sisällyttää muuta kuin korko. Mikäli käyttöpääoma ei palautuisi pitoajan lopussa, muodostuisi käyttöpääoman vuosikustannuksiksi $c_{\overline{n}|i}\ W_0$.

3.2 Inflaatio-olosuhteet

Luovutaan seuraavassa vakaan rahanarvon olettamuksesta ja oletetaan, että vakiona pysyvä inflaatio on 100s% vuodessa. Käyttöpääomaa on jälleen käsiteltävä kustannusperusteisesti. Annuiteettimenetelmän edellyttämä sekä nettotulon että pääomakustannusten vakioisuus toteutuu vain reaalivirtoihin perustuvassa laskelmassa. Nimellisiin virtoihin, joihin sisältyy inflaation vaikutus, perustuvaa laskelmaa ei siten voida käyttää annuiteetin laskennassa.

Vakaan rahanarvon tilanteessa vuosittainen annuiteetti A_0 koostui kahdesta osasta: käyttöomaisuusinvestoinnin annuiteetista ($-c_{\overline{n}|i}$ C) ja käyttöpääoman korkokustannuksista ($-iW_0$). Käyttöpääoman korko on seurausta sitoutuvan käyttöpääoman (W_0) ja vapautuvan käyttöpääoman (W_n) välisestä ajallisesta erosta.

Kuten nykyarvomenetelmän yhteydessä osoitettiin[2], inflaation aiheuttama käyttöpääoman vuosittainen nimellinen kasvu on myös otettava huomioon, reaalivirtoihin perustuvassa laskelmassa reaalisena. Annuiteettimenetelmän mukaiseen laskelmaan päästään, kun vuosittaiset käyttöpääoman lisäykset jaetaan annuiteeteiksi eri vuosille. Sijoitetaan jatkossa käyttöpääoman lisäykset kunkin vuoden alkuun. Merkitään jälleen inflaation vaikutuksista puhdistettuja reaalisia suureita kuten edellä vakaan rahanarvon tilanteessa ja nimellisiä inflaation vaikutukset sisältäviä suureita pilkulla varustettuna.

Vuoden t nimellinen käyttöpääoman lisäys $\Delta W'_{t-1}$ on

$$
\begin{aligned}
(3.6)\qquad \Delta W'_{t-1} &= W'_t - W'_{t-1} \\
&= W_0\,(1+s)^t - W_0\,(1+s)^{t-1} \\
&= sW_0\,(1+s)^{t-1} \\
&= sW'_{t-1}\,,\ t = 1, 2, \ldots, n.
\end{aligned}
$$

Tämän käyttöpääoman lisäyksen reaalinen arvo on

$$
\begin{aligned}
(3.7)\qquad \Delta W_{t-1} &= \Delta W'_{t-1}\ (1+s)^{-(t-1)} \\
&= sW_0,\ t = 1, 2, \ldots, n.
\end{aligned}
$$

[2] Aho–Virtanen (1982), s. 266.

Tämän käyttöpääoman lisäyksen reaalisen arvon nykyarvo reaalisen laskentakoron i mukaan taas on

$$(3.8)\qquad \begin{aligned} \Delta W^0_{t-1} &= \Delta W_{t-1}(1+i)^{-(t-1)} \\ &= sW_0(1+i)^{-(t-1)},\ t = 1, 2, \ldots, n, \end{aligned}$$

mistä eri vuosille kustannuksiksi jaetuksi annuiteetiksi tulee

$$(3.9)\qquad \begin{aligned} A(\Delta W^0_{t-1}) &= -c_{\overline{n}|i}\,\Delta W^0_{t-1} \\ &= -c_{\overline{n}|i}\,sW_0(1+i)^{-(t-1)},\ t = 1, 2, \ldots, n. \end{aligned}$$

Kaiken kaikkiaan inflaatiosta aiheutuu siis vuosittaiseen annuiteettiin lisäkustannus

$$(3.10)\qquad \begin{aligned} A(\Delta W) &= \sum_{t=1}^{n} A(\Delta W^0_{t-1}) \\ &= -c_{\overline{n}|i}\,sW_0 \sum_{t=1}^{n}(1+i)^{-(t-1)} \\ &= -c_{\overline{n}|i}\,sW_0(1+i)\sum_{t=1}^{n}(1+i)^{-t} \\ &= -c_{\overline{n}|i}\,sW_0(1+i)\,a_{\overline{n}|i} \\ &= -s(1+i)\,W_0. \end{aligned}$$

Tämä käyttöpääomatarpeen jatkuvasta kasvusta aiheutuva käyttöpääoman vuosikustannusten kasvu on siten inflaation ja 0-vuoden käyttöpääomainvestoinnin tulo kerrottuna reaalisella laskentakorkotekijällä. Inflaatiota s vastaava annuiteetti A_s on siten kokonaisuudessaan

$$(3.11)\qquad \begin{aligned} A_s &= A_0 + A(\Delta W) \\ &= -(iW_0 + c_{\overline{n}|i}\,C) - s(1+i)W_0 \\ &= -[(i + s + is)W_0 + c_{\overline{n}|i}\,C] \\ &= -(i'W_0 + c_{\overline{n}|i}C) \end{aligned}$$

Inflaatio-olosuhteissa käyttöpääoma otetaan annuiteettimenetelmää käytettäessä huomioon siten, että käyttöomaisuusinvestoinnin reaalisen laskentakoron mukaiseen vuosiannuiteettiin ($c_{\overline{n}|i}\,C$) lisätään käyttöpääoman korkokustannukset ($i'W_0$), nyt *nimellisen laskentakoron* mukaisesti 0-vuoden käyttöpääomainvestoinnille laskettuna.[3]

Tulos (3.11) on analoginen vakaan rahanarvon tilanteen kanssa. Huomataan, että lauseke (3.5) on lausekkeen (3.11) erikoistapaus, sillä

$$(3.12)\qquad \lim_{s\to 0} A_s = A_0,$$

[3] Toisin Tell (1979), s. 198.

kuten tietysti pitääkin. Inflaation vuosiannuiteettia kohottava vaikutus saatiin esille jo lausekkeessa (3.10). Merkitään sitä vielä

$$\begin{aligned} (3.13) \qquad \Delta A_s &= A_s - A_0 \\ &= A(\Delta W) \\ &= -(1+i)W_0 s. \end{aligned}$$

Vuosittaisten pääomakustannusten muutos on siten inflaatiovauhdin lineaarinen funktio. Muutos riippuu lisäksi 0-vuoden käyttöpääomainvestoinnin suuruudesta (W_0) ja reaalisesta laskentakorosta i, mutta ei esimerkiksi investoinnin pitoajasta (n).

Lauseke (3.13) ilmaisee inflaation absoluuttisen vaikutuksen investoinnin pääomakustannuksiin. Prosentuaalisesti vastaava muutos on

$$\begin{aligned} (3.14) \qquad \Delta_{\%} A_s &= 100 \frac{A_s - A_0}{|A_0|} \\ &= -100 \frac{(1+i)W_0 s}{iW_0 + c_{\overline{n}|i} C} \end{aligned}$$

Tarkasteltaessa inflaation vaikutusta pelkästään käyttöpääoman vuosikustannuksiin lausekkeesta (3.14) nähdään, että käyttöpääoman vuosikustannusten eli vuosikorkojen prosentuaaliseksi muutokseksi tulee itseisarvoltaan sama kuin nykyarvomenetelmässä[4] eli $\frac{1+i}{i} 100s$.

Inflaatiosta aiheutuva käyttöpääoman jatkuva nimelliskasvu lisää investoinnin pääomakustannuksia vakaaseen rahanarvon tilanteeseen verrattuna. Siten vakaan rahanarvon vallitessa kannattava investointi tulee kannattamattomaksi tietyn inflaatiovauhdin s_0 yläpuolella. Oletetaan, että investointi synnyttää reaalisesti vakiona pysyvän vuotuisen käyttökatteen P, joka kasvaa inflaation vuoksi nimellisesti 100 s% p.a. Lisäksi oletetaan, että vakaan rahanarvon tilanteessa investoinnin kerryttämä vuotuinen käyttökate P = vakio.

Vakaassa rahanarvon tilanteessa kannattavan investoinnin tapauksessa on

$$(3.15) \qquad P - (iW_0 + c_{\overline{n}|i} C) > 0$$

eli investoinnin synnyttämä vuosittainen käyttökate riittää investoinnista syntyvien pääomakustannusten kattamiseen, minkä jälkeen tulos on vielä positiivinen. Tämä tulos tulee inflaatio-oloissa nollaksi inflaatiotasolla s_0, jonka määritysehto on

$$(3.16) \qquad P + A_{s_0} = P + A_0 + \Delta A_{s_0} = 0,$$

eli

[4] Vrt. Aho–Virtanen (1982), lauseke (2.11).

$$(3.17) \qquad s_0(1+i)W_0 = P - (iW_0 + c_{\overline{n}|i}\, C),$$

josta

$$(3.18) \qquad s_0 = \frac{P - iW_0 - c_{\overline{n}|i}\, C}{(1+i)W_0}$$

$$= \frac{(P/W_0) - c_{\overline{n}|i}\,(C/W_0) - i}{(1+i)}.$$

Otetaan esimerkki investoinnista, jonka kokonaismäärä on 1 000 yksikköä. Siitä käyttöomaisuusinvestoinnin (C) osuus on 750 yksikköä ja käyttöpääomainvestoinnin (W_0) 250 yksikköä. Investointi synnyttää 10 vuodelta vuosittain 162,75 yksikön suuruisen reaalisen käyttökatteen. Reaalinen laskentakorko on 5 %. Vakaassa rahanarvon tilanteessa vuotuinen tulos muodostuu seuraavaksi

Käyttökate		162,75
./.Pääomakustannukset		
Käyttöomaisuusinvestointi		
$c_{\overline{10}|5} \cdot 750 = 0{,}12950 \cdot 750$	= 97,13	
Käyttöpääomainvestointi		
$0{,}05 \cdot 250$	= 12,50	109,63
= Tulos		+53,12

Käyttökatteesta jää pääomakustannusten kattamisen jälkeen vielä 53,12 yksikköä, joten investoinnin kannattavuuskynnys ylittyy varsin selvästi. Inflaatio-oloissa pääomakustannuksiin menee reaaliarvoltaan 162,75 yksikön käyttökatteesta edellistä suurempi määrä, mikä aiheutuu käyttöpääoman jatkuvasta lisätarpeesta. Lausekkeesta (3.18) saadaan inflaatiovauhti s_0, jolla reaalinen käyttökate tulee reaalisten pääomakustannusten suuruiseksi. Täksi rajaluvuksi tulee lausekkeesta (3.18) annetuilla parametriarvoilla 20,2 %. Vuotuinen reaalivirtoina ilmaistu tuloslaskelma on nyt seuraava:

Reaalinen käyttökate		162,75
./.Reaaliset pääomakustannukset		
Käyttöomaisuusinvestointi		
$c_{\overline{10}|5} \cdot 750 = 0{,}12950 \cdot 750$	= 97,13	
Käyttöpääomainvestointi		
$i'W_0 = (0{,}05 + 0{,}202 + 0{,}05 \cdot 0{,}202) \cdot 250$		
$= 0{,}262 \cdot 250$	= 65,62	162,75
= Reaalinen tulos		0

Inflaatiovauhdin ollessa yli 20,2 % p.a esimerkki-investointi tulee kannattamattomaksi. On selvää, että käyttöpääoman suhteellisen osuuden kasvaessa investoinnin kannattavuuden inflaatioherkkyys kasvaa.

Tarkastellaan vielä lyhyesti erikoistapausta $i = 0$. Vakaan rahanarvon tilanteessa investoinnin vuosiannuiteetiksi tulee $A_0 = C/n$ eli käyttöomaisuusinvestoinnin poistot. Käyttöpääoma ei aiheuta vuosikustannuksia, koska laskentakorko oletettiin nollaksi. Inflaatio-oloissa vuosiannuiteetti kasvaa määrällä[5]

$$\Delta A_s = -sW_0 \qquad (i = 0) \tag{3.19}$$

eli inflaatiovauhdin ja 0-vuoden käyttöpääomainvestoinnin tulon verran. Näin inflaatio heikentää investoinnin kannattavuutta siinäkin tapauksessa, että rahalle ei lasketa reaalista korkoa. Kokonaisannuiteetiksi tulee tällöin

$$\begin{aligned} A_s &= A_0 + \Delta A_s \qquad (i = 0) \\ &= -(\frac{C}{n} + sW_0). \end{aligned} \tag{3.20}$$

Nykyarvomenetelmän yhteydessä käyttöpääoman volyymilisäykselle johdettiin yksityiskohtaiset nykyarvon muutoskaavat. Sitä ei tehdä enää annuiteettimenetelmän yhteydessä. Todettakoon suoraan lopputuloksena, että volyymilisäykselle W_k pätevät samat tulokset kuin W_0:lle kuitenkin sillä erotuksella, että W_0:n ja W_k:n eriaikaisuus otetaan huomioon $i'W_k$:n (käyttöpääoman korot) lisäkertoimella[6]

$$c_{\overline{n}|i} (1 + i)^{-k} a_{\overline{n-k}|i} = \frac{(1 + i)^{n-k} - 1}{(1 + i)^n - 1}. \tag{3.21}$$

4. KÄYTTÖPÄÄOMAN KÄSITTELY SISÄISEN KORON MENETELMÄSSÄ

4.1 *Vakaa rahanarvo*

Sisäisen koron menetelmässä etsitään sellainen diskonttauskorko (= sisäinen korko), jolla investoinnin nykyarvo tulee nollaksi. Sisäisen koron menetelmää käytettäessä käyttöpääomaa on mielekkäintä käsitellä maksuperusteisesti. Myös kustannusperusteinen käyttöpääoman käsittely on mahdollista, mutta tällöin käyttöpääoman korkokustannukset on laskettava koronlaskentahetkellä vielä tuntemattoman sisäisen koron mukaan.

Tehdään käyttöomaisuusinvestoinnin ja investoinnin synnyttämän vuotuisen käyttökatteen osalta samat olettamukset kuin annuiteettimenetelmän

[5] Lauseke (3.13).

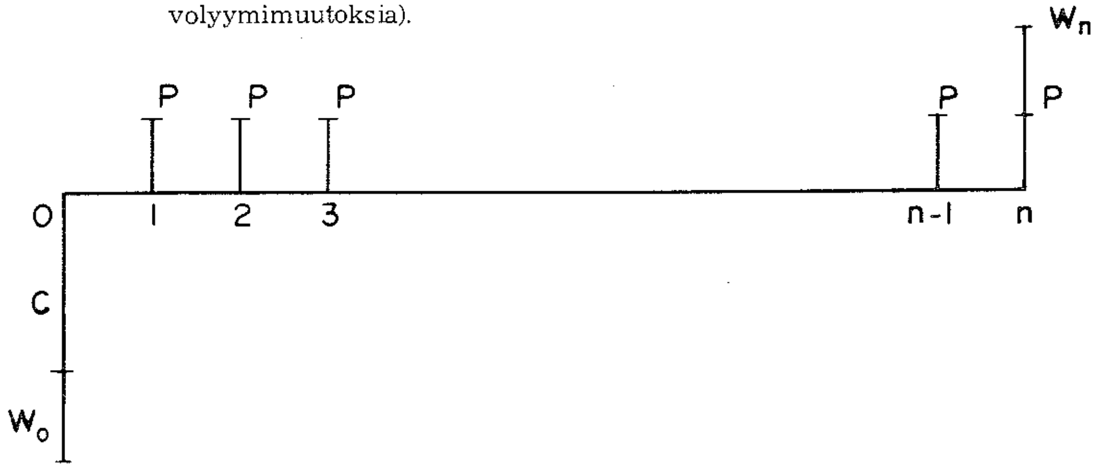
[6] Lisäkertoimen (3.21) käyttö soveltuu myös nykyarvomenetelmän yhteyteen, sillä $c_{\overline{n}|i} (1 + i)^{-k} a_{\overline{n-k}|i}\, a_{\overline{n}|i} = (1 + i)^{-k} a_{\overline{n-k}|i}$, vrt. Aho – Virtanen (1982), s. 274.

yhteydessä lausekkeessa (3.15). Vuonna 0 sitoutuva käyttöpääoma W_0 palautuu saman suuruisena pitoajan (n vuotta) lopussa ($W_n = W_0$). Sisäisen koron laskennassa käytettävä maksujono on kuvion 4.1 mukainen. Käyttöpääomainvestointi sisällytetään käyttöomaisuusinvestoinnin ohella perusinvestointiin ja pitoajan lopussa palautuva käyttöpääoma lisätään vuoden n käyttökatteeseen.

Investoinnin sisäisen koron r määrittelevä ehto on nyt

(4.1) $$\sum_{t=1}^{n} P(1+r)^{-t} + W_n(1+r)^{-n} - C - W_0 = 0$$

Kuvio 4.1 Sisäisen koron laskennassa käytettävä maksujono (vakaa rahanarvo, ei volyymimuutoksia).



Sievennettynä lauseke (4.1) tulee muotoon

(4.2) $$a_{\overline{n}|r}\, P - W_0 \cdot [1 - \frac{1}{(1+r)^n}] - C = 0,$$

eli

(4.3) $$a_{\overline{n}|r}\, P - W_0\, r\, a_{\overline{n}|r} - C = 0,$$

eli

(4.4) $$a_{\overline{n}|r}\, (P - rW_0) - C = 0.$$

Sisäisen koron arvo on etsittävä numeerisesti tapaus kerrallaan.

4.2 *Inflaatio-olosuhteet*

4.2.1 Nimelliset virrat, maksuperusteinen tarkastelu

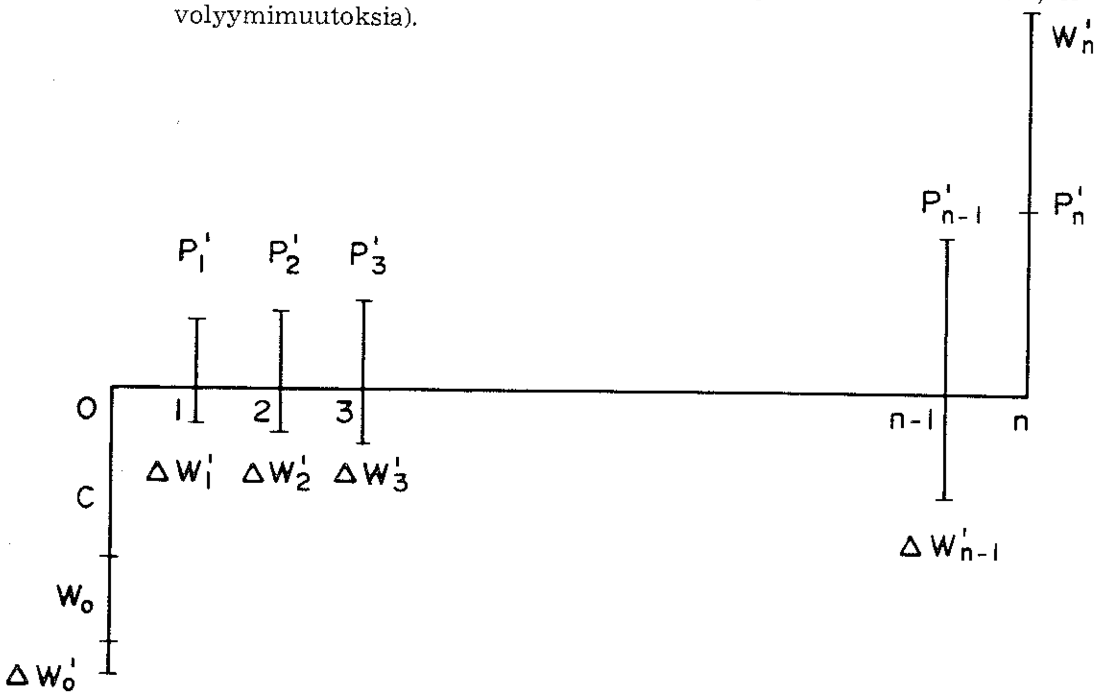
Käytetään tältä osin samoja olettamuksia kuin annuiteettimenetelmässä. Käyttöomaisuusinvestoinnin (C), vuoden 0 käyttöpääomainvestoinnin (W_0), pitoajan lopussa palautuvan käyttöpääoman (W'_n) ja vuotuisen nimellisen käyttökatteen (P'_t) lisäksi inflaatio-olosuhteissa on otettava huomioon vuotuisen käyttöpääoman nimellinen kasvu ($\Delta W'_{t-1}$), joka vuoden alkuun sijoitettuna on

$$(4.5) \qquad \Delta W'_{t-1} = sW_0 (1 + s)^{t-1}.$$

Sisäisen koron laskennassa käytettävä maksujono on nyt kuvion 4.2 mukainen. Nimellisen sisäisen koron määritysehto inflaatiotapauksessa on

$$(4.6) \qquad \sum_{t=1}^{n} P'_t (1 + r')^{-t} + W'_n (1 + r')^{-n} - C - W_0$$
$$- \sum_{t=1}^{n} \Delta W'_{t-1} (1 + r')^{-(t-1)} = 0.$$

Kuvio 4.2 Sisäisen koron laskennassa käytettävä maksujono (inflaatio 100 s%, ei volyymimuutoksia).



Kirjoitetaan nyt nimelliset suureet inflaatioasteen s avulla näkyviin. Tällöin (4.6) saa muodon

$$(4.7) \qquad \sum_{t=1}^{n} P (1 + s)^t (1 + r)^{-t} (1 + s)^{-t} + W_0 (1 + s)^n (1 + r)^{-n} (1 + s)^{-n}$$
$$- C - W_0 - \sum_{t=1}^{n} sW_0 (1 + s)^{t-1} (1 + r)^{-(t-1)} (1 + s)^{-(t-1)} = 0,$$

eli

$$(4.8) \qquad \sum_{t=1}^{n} P (1 + r)^{-t} + W_0 (1 + r)^{-n} - C - W_0 - \sum_{t=1}^{n} sW_0 (1 + r)^{-(t-1)} = 0.$$

Tästä saadaan sieventämällä

$$(4.9) \qquad a_{\overline{n}|r}\, P - W_0 \left[1 - \frac{1}{(1+r)^n} + s\,(1+r)\, a_{\overline{n}|r}\right] - C = 0,$$

ja edelleen

$$(4.10) \qquad a_{\overline{n}|r}\, P - W_0 \left[r\, a_{\overline{n}|r} + s(1+r)\, a_{\overline{n}|r}\right] - C = 0,$$

josta lopulta

$$(4.11) \qquad a_{\overline{n}|r} \left[P - (r + s + rs)W_0\right] - C = 0,$$

eli

$$(4.12) \qquad a_{\overline{n}|r} \left[P - r'W_0\right] - C = 0.$$

Tulos on analoginen vakaan rahanarvon tilanteen tuloksen kanssa[7], W_0:n kertoimena esiintyvä sisäinen korko on nyt kuitenkin nimellinen. Sen sijaan jaksollisten maksujen nykyarvotekijässä oleva (sisäinen) korko on reaalinen. Lausekkeesta (4.12) näkyy myös menettely, jota käytettäisiin kustannusperusteisessa käyttöpääoman käsittelyssä. Tulos $r'W_0$ ilmaisee sisäisen koron mukaiset vuotuiset käyttöpääoman korkokustannukset. Ne saadaan siten kertomalla reaalinen käyttöpääoma nimellisellä sisäisellä korolla.[8]

Annetuilla P:n (reaalisesti vakio vuosituotto), C:n (käyttöomaisuusinvestoinnin hankintameno), W_0:n (käyttöpääoman reaaliarvo) ja n:n (pitoaika) arvoilla sekä kiinnitetyllä inflaatioasteella s yhtälö (4.12) määrittelee nyt investoinnin sisäisen korkokannan. Yhtälö ei nytkään ratkea analyyttisesti (suljetussa muodossa r:n suhteen), r:n arvo sen sijaan löydetään helposti numeerisesti. Pitämällä P:tä, C:tä, W_0:aa ja n:ää annettuina määrittelee yhtälö (4.12) edelleen sisäisen koron r inflaatioasteen s funktiona, ts. muodossa $r = r(s)$. Funktiota $r = r(s)$ ei voida saattaa eksplisiittisesti ratkaistuun muotoon, vaan on tyydyttävä implisiittimuotoon (4.12). Funktion lähemmän tarkastelun kannalta on kuitenkin hyödyllistä todeta, että sen käänteisfunktio, ts. funktio $s = s(r)$ on esitettävissä eksplisiittimuodossa. Yhtälöstä (4.12) saadaan ensin

$$(4.13) \qquad a_{\overline{n}|r}\,(P - rW_0) - a_{\overline{n}|r}\,(1+r)W_0 s - C = 0,$$

josta ratkaisemalla

$$(4.14) \qquad s = \frac{a_{\overline{n}|r}\,(P - rW_0) - C}{a_{\overline{n}|r}\,(1+r)W_0},$$

[7] Vrt. lauseke (4.4).

[8] Vrt. vakaaseen rahanarvoon liittyvä tulos (4.4), jossa kustannusperusteiset käyttöpääoman korkokustannukset ovat suuruudeltaan rW_0.

ja sieventämällä

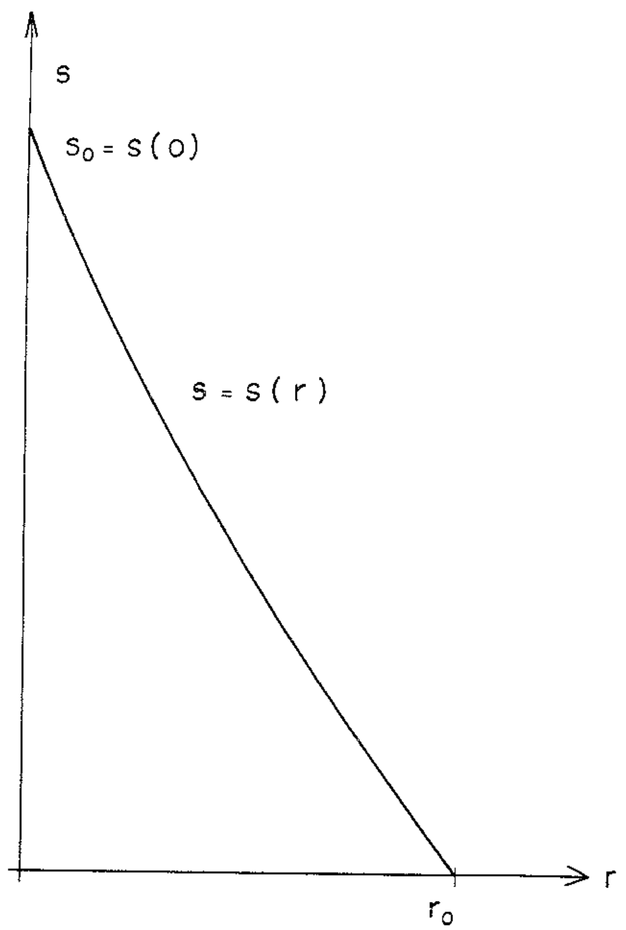
$$(4.15) \qquad s = \frac{P - rW_0 - c_{\overline{n}|r}C}{(1 + r)W_0}$$

tai

$$(4.16) \qquad s = \frac{(P/W_0) - c_{\overline{n}|r}\,(C/W_0) - r}{(1 + r)}\,.$$

Funktiolla $s = s(r)$ ei sinänsä tietysti ole juurikaan mielenkiintoa. Se onkin nähtävä keinona analysoida varsinaista mielenkiinnon kohdetta, ts. funktiota $r = r(s)$. Annetuilla P:n, C:n ja W_0:n ja n:n arvoilla voidaan esimerkiksi piirtää funktion (4.16) kuvaaja (kuvio 4.3).

Kuvio 4.3. Inflaatioaste (reaalisen) sisäisen koron funktiona.



Kuvioon on merkitty käyrän $s = s(r)$ ja akselien leikkauspisteet. Siten on $s_0 = s(0)$ ja $s(r_0) = 0$. Mikäli kyseessä on vakaan rahanarvon vallitessa kannattava investointi, on kuviossa esitetyn mukaisesti $s_0 > 0$ ja $r_0 > 0$. Sillä merkitseehän r_0 juuri investoinnin sisäistä korkoa vakaan rahanarvon tilanteessa ($s = 0$), jolloin kannattavalle investoinnille $r_0 > 0$. Sijoittamalla taas lausekkeeseen (4.15) $r = 0$ saadaan

$$s_0 = \frac{P - \frac{1}{n} C}{W_0} = \frac{nP - C}{nW_0}. \tag{4.17}$$

Vakaan rahanarvon vallitessa kannattavalle investoinnille on tietysti $nP - C > 0$, joten myös $s_0 > 0$. Funktion $s = s(r)$ yleinen kulku pisteestä $(0, s_0)$ pisteeseen $(r_0, 0)$ on kuviossa 4.3 esitetyn mukaisesti monotonisesti vähenevä funktio. Tämä voidaan päätellä funktion $s = s(r)$ määrittävää lauseketta tarkastelemalla. Kirjoitetaan (4.15) muotoon

$$s(r) = \frac{P}{(1 + r)W_0} - \frac{r}{1 + r} - \frac{c_{\overline{n}|r}\, C}{(1 + r)W_0} \tag{4.18}$$

$$= s_1(r) + s_2(r) + s_3(r),$$

missä siis

$$s_1(r) = \frac{P}{(1 + r)W_0} \tag{4.19}$$

$$s_2(r) = -\frac{r}{1 + r} \tag{4.20}$$

$$s_3(r) = -\frac{c_{\overline{n}|r}\, C}{(1 + r)W_0} = -\frac{rC}{(1 + r)\,[1 - (1 + r)^{-n}]W_0}. \tag{4.21}$$

Funktio $s_1(r)$ on selvästi monotonisesti vähenevä funktio. Funktion $s_2(r)$ derivaatta

$$s_2'(r) = -\frac{1 + r - r}{(1 + r)^2} = -\frac{1}{(1 + r)^2} \tag{4.22}$$

on negatiivinen, joten myös $s_2(r)$ on monotonisesti vähenevä. Funktion $s_3(r)$ derivaatta on

$$s_3'(r) = -\frac{C}{W_0}\,\frac{(1 + r)\,[1 - (1 + r)^{-n}] - r[1 - (1 + r)^{-n}] - r(1 + r)n\,(1 + r)^{-(n+1)}}{(1 + r)^2\,[1 - (1 + r)^{-n}]^2} \tag{4.23}$$

$$= -\frac{C}{W_0}\,\frac{1 - (1 + r)^{-n} - nr\,(1 + r)^{-n}}{(1 + r)^2\,[1 - (1 + r)^{-n}]^2}.$$

Derivaatan osoittajassa esiintyvä lauseke $1-(1+r)^{-n} - nr(1+r)^{-n}$ voidaan saattaa muotoon

$$
\begin{aligned}
(4.24)\qquad & 1 - (1+r)^{-n} - nr(1+r)^{-n} \\
&= 1 - (1+nr)(1+r)^{-n} \\
&= 1 - \frac{1+nr}{(1+r)^n} \\
&= \frac{(1+r)^n - 1 - nr}{(1+r)^n} \\
&= \frac{1 + nr + \frac{n(n-1)}{2} r^2 + \ldots + r^n - 1 - nr}{(1+r)^n} \\
&= \frac{\frac{n(n-1)}{2} r^2 + \ldots + r^n}{(1+r)^n},
\end{aligned}
$$

josta nähdään sen olevan aina positiivisen (arvolla $n = 1$ kuitenkin $= 0$). Derivaattalauseke (4.23) on näin ei-positiivinen (negatiivinen, kun $n > 1$) ja funktio $s_3(r)$ monotonisesti vähenevä. Funktio $s = s(r)$ koostuu näin kolmesta monotonisesti vähenevästä funktiosta, joten sen täytyy itsekin olla monotonisesti vähenevä (vieläpä aidosti vähenevä).

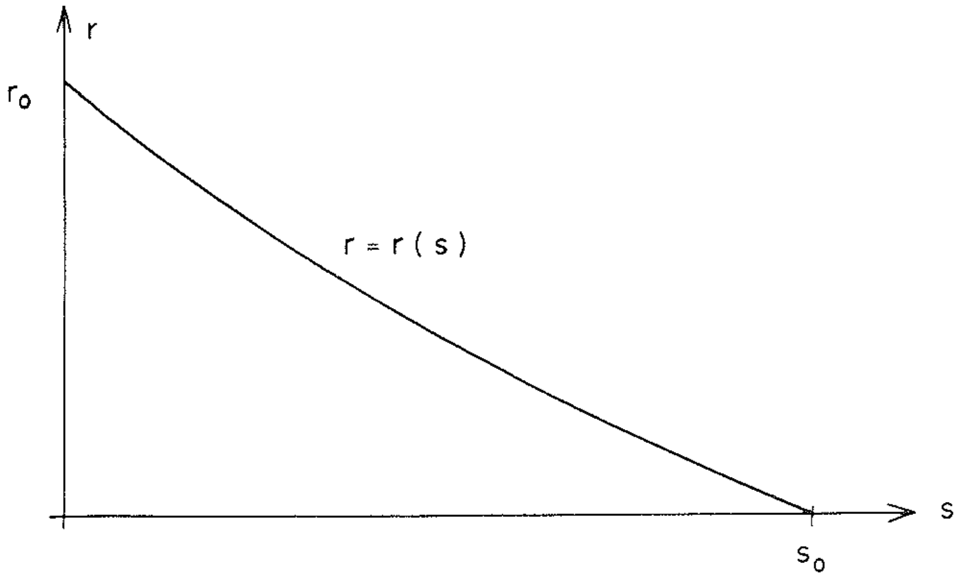
Esimerkki parametrien arvoilla $C = 1\,000$, $W_0 = 500$, $P = 200$, $n = 10$ saadaan (positiivisessa neljänneksessä) lähes lineaarinen funktio:

r	0	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
s(r)	0.200	0.177	0.154	0.132	0.109	0.087	0.064	0.042	0.020	-0.002

Esimerkissä on siten $s_0 = 0.200$ ja $r_0 = 0.089$. Vakaassa rahanarvon tilanteessa investoinnin sisäiseksi koroksi tulee 8,9 %. Tehdyillä olettamuksilla inflaatio heikentää investoinnin (reaalista) sisäistä korkoa, mikä johtuu käyttöpääomatarpeen jatkuvasta kasvusta. Inflaatiotasolla $s = 0.2$ (20 %) esimerkki-investoinnin sisäinen korko tulee nollaksi. Tapauksessa $s > s_0$ sisäinen korko tulee negatiiviseksi.

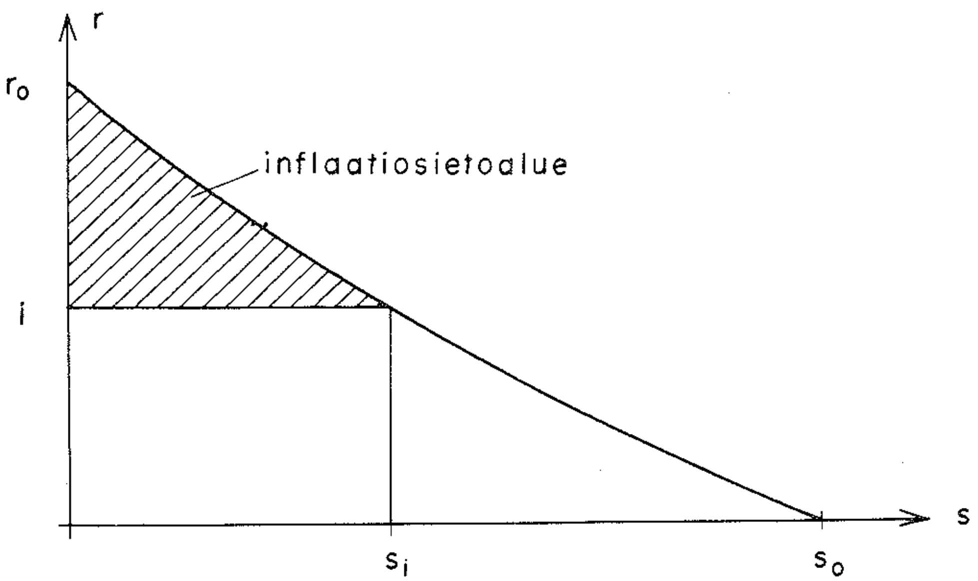
Varsinaiseen mielenkiinnon kohteeseen, investoinnin reaalisen sisäisen koron riippuvuuteen inflaatiosta, ts. funktioon $r = r(s)$ päästään nyt siirtymällä funktion $s = s(r)$ käänteisfunktioon. Graafisesti tämä merkitsee kuvion kiertämistä 90° ja siirtymistä peilikuvaan. Edelliseen kuvioon liittyen saadaan nyt kuvio 4.4.

Kuvio 4.4 Reaalisen sisäisen koron riippuvuus inflaatiosta.



Monotonisesti vähenevää funktiota s = s(r) vastaa myöskin monotonisesti laskeva funktio r = r(s): investoinnin reaalinen sisäinen korko vähenee inflaation kasvaessa, tulee nollaksi tasolla $s = s_0$ (s_0 saadaan yhtälöstä (4.17)) ja muuttuu sen jälkeen negatiiviseksi. Rajaluvulla s_0 on näin alunperin (vakaa rahanarvo) kannattavan investoinnin ($r_0 > 0$) (käyttöpääoman) inflaatiosiedon merkitys. Se ilmaisee, kuinka suuren inflaation kyseinen investointi sietää ehdolla $r \geq 0$[8a]. Tarkastellussa esimerkissä investoinnin sisäinen korko

Kuvio 4.5 Investoinnin inflaatiosietoalueen määrittely.



[8a] Vrt. poistojen pääoma-arvoon perustuvaan inflaatiosiedon käsitteeseen Aho–Virtanen (1981), s. 353–365.

säilyy positiivisena aina inflaatiotasoon $s = 20$ % saakka, jonka jälkeen se muuttuu negatiiviseksi.

Edellä investoinnin kannattavuuden kriteerinä on ollut vain positiivinen (reaalinen) sisäinen korko. Mikäli vaaditaan $r \geq i$ (i reaalinen laskentakorkokanta), muodostuu inflaatiosietoalue kuvion 4.5 mukaiseksi (edellyttäen tietysti, että yleensä on $r_0 > i$). On siis $r \geq i$, kun $s \leq s_i$. Vastaavasti inflaatiovauhdin ollessa $s > s_i$ investoinnin reaalinen sisäinen korko jää reaalista laskentakorkoa alhaisemmaksi ($r < i$), jolloin investointi ei kannata[8b].

4.2.2 Reaalivirrat, maksuperusteinen tarkastelu

Tarkastelu etenee kuten nimellisiinkin virtoihin perustuneessa laskelmassa, kaikki sisäisen koron laskennassa määriteltävät suureet vain ovat reaaliarvoissaan. Käyttöpääoman nimellinen vuotuislisäys otetaan nytkin huomioon, reaaliarvoonsa tietenkin saatettuna. Sisäisen koron määrittelyyhtälö on nyt[9]

$$\sum_{t=1}^{n} P(1 + r)^{-t} + W_n (1 + r)^{-n} - C - W_0 - \sum_{t=1}^{n} \Delta W_{t-1} (1 + r)^{-(t-1)} = 0 \qquad (4.25)$$

Kuten nykyarvomenetelmän yhteydessä esitettiin, on $W_n = W_0$ ja $\Delta W_{t-1} = sW_0$. Lauseke (4.25) voidaan näin kirjoittaa muotoon

$$\begin{aligned} P\sum_{t=1}^{n}(1 + r)^{-t} - W_0 [1 - (1 + r)^{-n}] - C \\ -s(1 + r) W_0 \sum_{t=1}^{n} (1 + r)^{-t} = 0, \end{aligned} \qquad (4.26)$$

ja edelleen

$$Pa_{\overline{n}|r} - W_0 \, r \, a_{\overline{n}|r} - C - s(1 + r) W_0 \, a_{\overline{n}|r} = 0, \qquad (4.27)$$

$$a_{\overline{n}|r} [P - (r + s + rs)W_0] - C = 0, \qquad (4.28)$$

tai

$$a_{\overline{n}|r} (P - r'W_0) - C = 0. \qquad (4.29)$$

Lausekkeet (4.28) ja (4.29) ovat identtiset lausekkeiden (4.11) ja (4.12) kanssa, joten reaalivirtoihin perustuva laskelma johtaa samaan tulokseen kuin nimellisiin virtoihin perustuva laskelma.

[8b] Ks. myös Carsberg–Hope (1976), s. 30.

[9] Vrt. lauseke (4.6).

5. KÄYTTÖPÄÄOMAN KÄSITTELY TAKAISINMAKSUAJAN MENETELMÄSSÄ

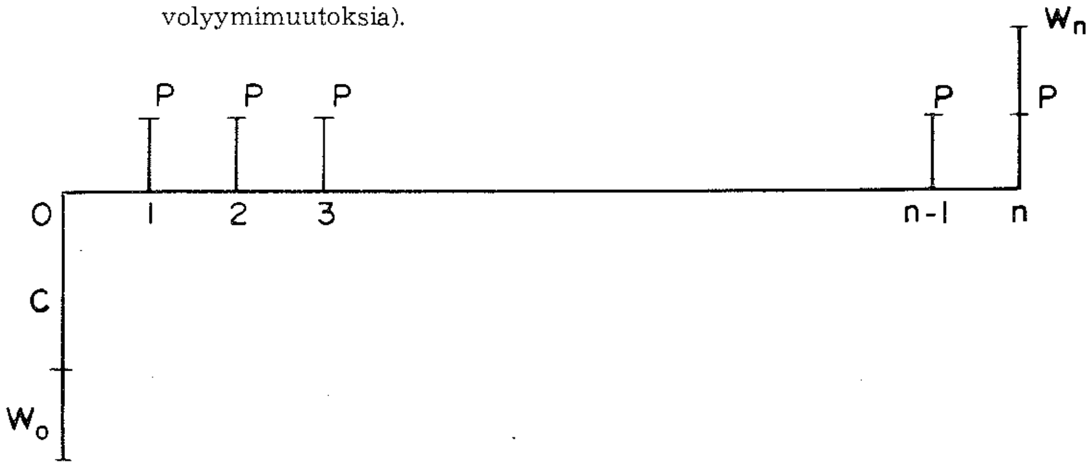
5.1 Vakaa rahanarvo

5.1.1 Koroton takaisinmaksuaika

Tehdään samat olettamukset kuin aikaisemminkin: käyttöomaisuusinvestointi = C, pitoaika = n, jäännösarvo = 0, sitoutuva käyttöpääoma = W_0, pitoajan lopussa vapautuva käyttöpääoma = $W_n = W_0$, vuotuinen vakionettotulo = P.

Käyttöpääoman käsittelyssä on mielekästä käyttää vain maksuperustetta. Takaisinmaksuaika ilmaisee vuosissa sen ajan, jonka kuluessa investointiin sidotut rahat saadaan nettotuloina takaisin.[10] Toteutettavan investoinnin takaisinmaksuajan on oltava erikseen asetettua takaisinmaksuvaadetta lyhyempi. Maksuperusteiseen tarkasteluun liittyvä maksujono on nyt kuvion 5.1 mukainen.

Kuvio 5.1 Takaisinmaksuajan laskennassa käytettävä maksujono (vakaa rahanarvo, ei volyymimuutoksia).



Koroton takaisinmaksuaika n_0^* määräytyy yhtälöstä

$$(5.1) \qquad -C - W_0 + n_0^* P = 0,$$

eli ratkaistussa muodossa lausekkeena

$$(5.2) \qquad n_0^* = \frac{C + W_0}{P}$$

siinä tapauksessa, että saatavalle n_0^*:lle pätee $0 < n_0^* \leq n$. Mikäli (5.2):sta saatava $n_0^* > n$ tarkastellaan ehtoa

$$(5.3) \qquad -C - W_0 + nP + W_n \geq 0,$$

---

[10] Aho (1982), s. 55.

eli ehtoa ($W_n = W_0$)

$$-C + nP \geq 0 \tag{5.4}$$

ts. n:n suhteen ratkaistua ehtoa

$$n \geq \frac{C}{P}. \tag{5.5}$$

Jos lauseke (5.5) on voimassa, on koroton takaisinmaksuaika $n_0^* = n$, muussa tapauksessa investointi ei tule pitoaikanaan takaisinmaksetuksi. Yhteenvetona lausekkeista (5.2) – (5.5) saadaan korottomalle takaisinmaksuajalle seuraava määritysehto

$$n_0^* = \begin{cases} \dfrac{C + W_0}{P}, \text{ jos } 0 < \dfrac{C + W_0}{P} \leq n \\ n, \text{ jos } \dfrac{C}{P} \leq n < \dfrac{C + W_0}{P} \\ \text{suurempi kuin } n, \text{ jos } \dfrac{C}{P} > n. \end{cases} \tag{5.6}$$

Graafisesti tarkasteltuna n_0^* :n määritys tapahtuu kuvion 5.2 mukaan. Kun otetaan huomioon, että korotonta takaisinmaksuaikaa laskettaessa investointiin sidotulle pääomalle ei lasketa korkoa, kuviossa a-vaihtoehto on toteutettavissa investoinneissa ainoa mahdollisuus, ts. korottoman takaisinmaksuajan on oltava investoinnin pitoaikaa lyhyempi.

5.1.2 Korollinen takaisinmaksuaika

Korollista takaisinmaksuaikaa käytettäessä eri ajankohtina tapahtuvat maksut diskontataan laskentakorolla i tavallisesti nykyhetkeen. Kaikkien virtojen osalta siirrytään siis niiden nykyarvoihin. Ehdon (5.1) tilalle tulee ehto: korollinen takaisinmaksuaika n_i^* on pienin kokonaisluku ($1 \leq n_i^* \leq n$), jolla pätee

$$-C - W_0 + \sum_{t=1}^{n_i^*} P\,(1 + i)^{-t} \geq 0. \tag{5.7}$$

Ehto (5.7) voidaan edelleen kirjoittaa muotoon

$$-C - W_0 + a_{\overline{n_i^*}|i}\, P \geq 0 \tag{5.8}$$

ja vielä

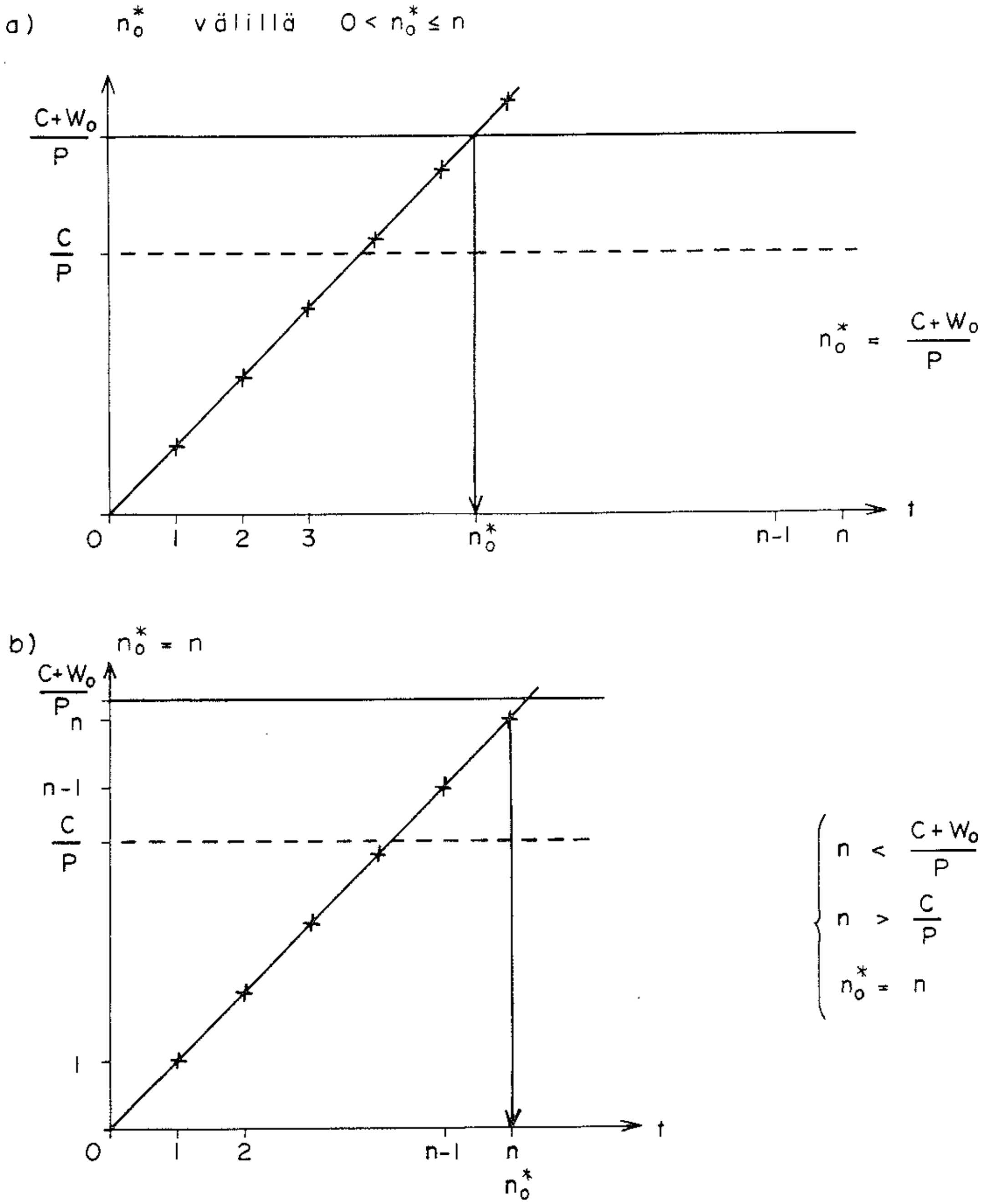
$$a_{\overline{n_i^*}|i} \geq \frac{C + W_0}{P}. \tag{5.9}$$

Ehto (5.9) antaa (edellyttäen siis että on $1 \leq n_i^* \leq n$) korollisen takaisinmaksuajan n_i^* kokonaislukuna. Väliltä ($n_i^* - 1$, n_i^*) interpoloitu takaisinmaksuajan arvo saadaan yhtälömuotoisen ehdon

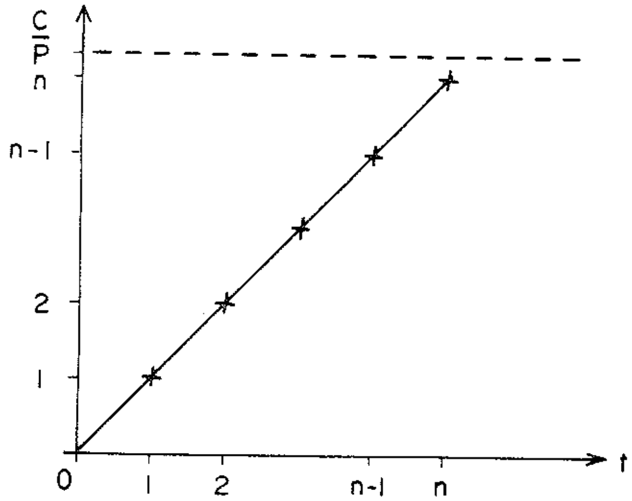
$$(5.10) \qquad a_{\overline{n_i^*}|i} = \frac{C + W_0}{P}$$

ratkaisuna. Tulos (5.10) on analoginen ehdon (5.2) kanssa ja yhtyy siihen, kun pannaan i = 0.

Kuvio 5.2 Korottoman takaisinmaksuajan graafinen määritys.



c) $n_0^* > n$



$$\begin{cases} n < \dfrac{C}{P} \\ n_0^* > n \end{cases}$$

Mikäli (5.9):stä tulisi $n_i^* > n$, siirrytään tarkastelemaan ehtoa (vrt. (5.3) edellä)

$$-C - W_0 + \sum_{t=1}^{n} P(1+i)^{-t} + W_n(1+i)^{-n} \geq 0 \tag{5.11}$$

eli ehtoa ($W_n = W_0$)

$$-C - W_0\,[1 - (1+i)^{-n}] + a_{\overline{n}|i}\,P \geq 0 \tag{5.12}$$

eli

$$-C - W_0\, i a_{\overline{n}|i} + a_{\overline{n}|i}\,P \geq 0 \tag{5.13}$$

eli

$$a_{\overline{n}|i} \geq \frac{C}{P - iW_0}. \tag{5.14}$$

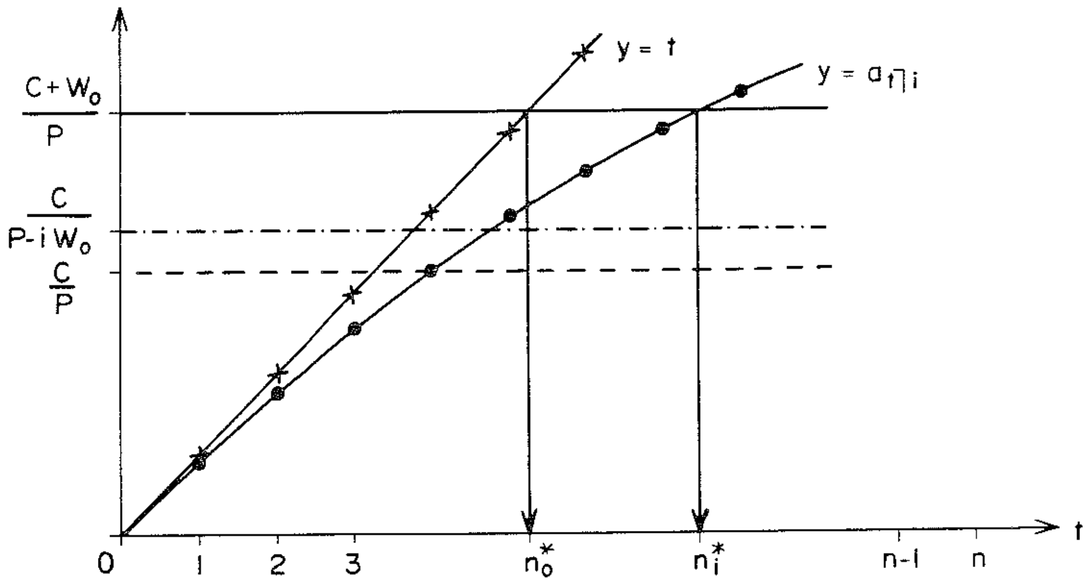
Jos ehto (5.14) on voimassa, korollinen takaisinmaksuaika $n_i^* = n$, muussa tapauksessa investointi ei tule pitoaikanaan takaisinmaksetuksi. Ehto (5.14) on analoginen ehdon (5.5) kanssa ja yhtyy siihen, kun $i = 0$. Lausekkeen (5.14) nimittäjässä vuotuisesta käyttökatteesta (tai vastaavasta nettotulosta) vähennetään käyttöpääoman korot (iW_0).

Määritysehtoa (5.6) vastaava korollisen takaisinmaksuajan määritysehto saadaan nyt kokoamalla tulokset (5.7) – (5.14):

$$n_i^* = \begin{cases} \text{yhtälön } a_{\overline{n_i^*}|i} = \dfrac{C + W_0}{P} \text{ ratkaisu, jos } a_{\overline{n}|i} \geq \dfrac{C + W_0}{P} \\[2ex] n, \text{ jos } \dfrac{C}{P - iW_0} \leq a_{\overline{n}|i} < \dfrac{C + W_0}{P} \\[2ex] \text{suurempi kuin } n, \text{ jos } a_{\overline{n}|i} < \dfrac{C}{P - iW_0}. \end{cases} \tag{5.15}$$

Graafinen tarkastelu etenee muuten kuten korottomassa tapauksessa paitsi että vertailutason C/P tilalla on taso $C/(P - iW_0)$ ja nousevan kulmanpuolittajasuoran y = t tilalla degressiivisesti nouseva funktio $y = a_{\overline{t}|i}$. Esimerkiksi tapaukseen $0 < n_i^* \leq n$ liittyvä kuvio on skemaattisesti esitettynä kuvion 5.3 mukainen. Positiivisella laskentakorolla pätee $n_0^* < n_i^*$.

Kuvio 5.3 Korollisen takaisinmaksuajan graafinen määritys ($n_i^* < n$).



5.2 Inflaatio-olosuhteet

5.2.1 Koroton takaisinmaksuaika

Nimelliset virrat

Nimellisten virtojen maksujono on nyt kaaviona esitettynä kuvion 5.4 mukainen (olettamukset, symbolit jne kuten annuiteetti- ja sisäisen koron menetelmässä).

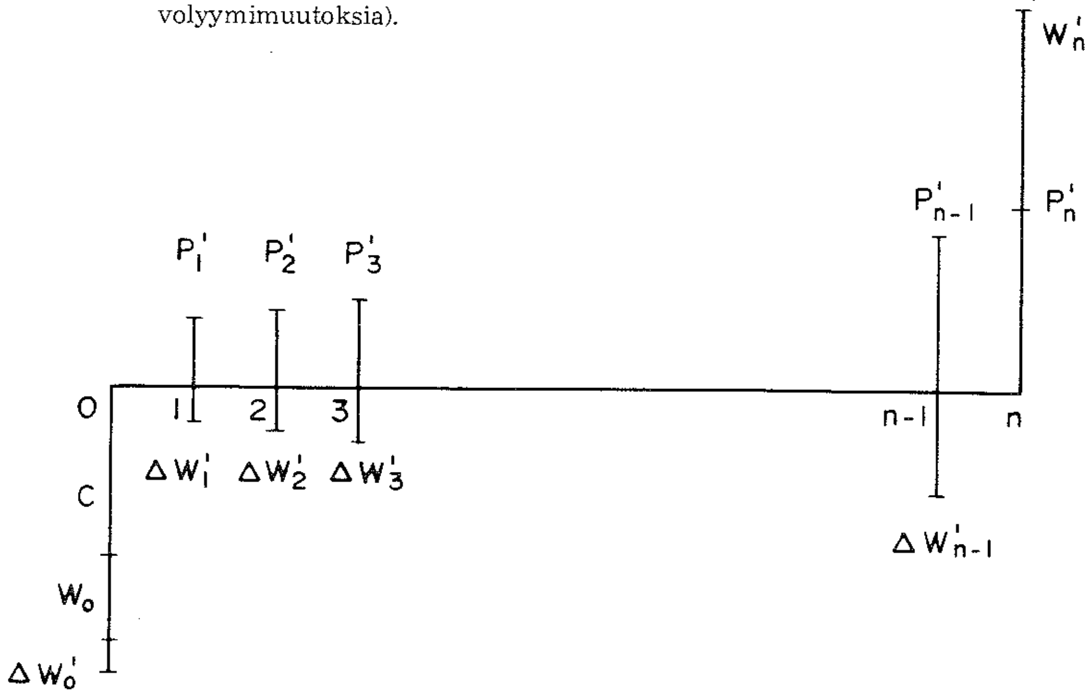
Takaisinmaksuaika (kokonaislukuna) on nyt pienin n_0^*:n arvo, jolle pätee

$$(5.16) \qquad -C - W_0 + \sum_{t=1}^{n_0^*} (P'_t - \Delta W'_{t-1}) \geq 0,$$

edellyttäen, että kyseinen n_0^*:n arvo sijoittuu välille $1 \leq n_0^* \leq n$. Ehto (5.16) on inflaatiovauhdin s avulla lausuttuna muotoa

$$(5.17) \qquad -C - W_0 + \sum_{t=1}^{n_0^*} [P(1 + s)^t - sW_0 (1 + s)^{t-1}] \geq 0,$$

Kuvio 5.4 Takaisinmaksuajan laskennassa käytettävä maksujono (inflaatio 100 s%, ei volyymimuutoksia).



josta saadaan sieventämällä edelleen muodot

(5.18) $$-C - W_0 + [P(1 + s) - sW_0] \sum_{t=1}^{n_0^*} (1 + s)^{t-1} \geq 0$$

ja

(5.19) $$-C - W_0 + [P(1 + s) - sW_0]\, s_{\overline{n_0^*}|s} \geq 0,$$

missä $s_{\overline{n_0^*}|s}$ on jaksollisten jälkikäteisten suoritusten prolongaatiotekijä (n_0^* maksua, korkokanta s). Prolongaatiotekijän avulla lausuttuna määritysehto (5.16) on näin saanut muodon

(5.20) $$s_{\overline{n_0^*}|s} \geq \frac{C + W_0}{(1 + s)P - sW_0}.$$

Interpoloitu arvo väliltä (n_0^* – 1, n_0^*) saadaan vastaavasta yhtälöehdosta

(5.21) $$s_{\overline{n_0^*}|s} = \frac{C + W_0}{(1 + s)P - sW_0}.$$

Mikäli (5.20):n (tai 5.21):n) ratkaisu $n_0^* > n$, siirrytään tarkastelemaan ehtoa

(5.22) $$-C - W_0 + \sum_{t=1}^{n} (P'_t - \Delta W'_{t-1}) + W'_n \geq 0$$

eli ehtoa

$$-C - W_0 + [P(1 + s) - sW_0]s_{\overline{n}|s} + W_0(1 + s)^n \geq 0, \tag{5.23}$$

josta edelleen

$$-C + [(1 + s)^n - 1]W_0 + [P(1 + s) - sW_0]s_{\overline{n}|s} \geq 0 \tag{5.24}$$

ja vielä

$$-C + s\, s_{\overline{n}|s}\, W_0 + [P(1 + s) - sW_0]s_{\overline{n}|s} \geq 0 \tag{5.25}$$

eli lopuksi

$$s_{\overline{n}|s} \geq \frac{C}{(1 + s)\,P}. \tag{5.26}$$

Jos (5.26) on voimassa, on takaisinmaksuaika $n_0^* = n$, muulloin $n_0^* > n$. Koottuna nimellisiin virtoihin perustuva korottoman takaisinmaksuajan määritysehto on siten

$$n_0^* = \begin{cases} \text{yhtälön } s_{\overline{n_0^*}|s} = \dfrac{C + W_0}{(1 + s)P - sW_0} \text{ ratkaisu, jos} \quad s_{\overline{n}|s} \geq \dfrac{C + W_0}{(1 + s)P - sW_0} \\[2ex] n, \text{ jos } \dfrac{C}{(1 + s)\,P} \leq s_{\overline{n}|s} < \dfrac{C + W_0}{(1 + s)P - sW_0} \\[2ex] \text{suurempi kuin } n, \text{ jos } s_{\overline{n}|s} < \dfrac{C}{(1 + s)\,P} \end{cases} \tag{5.27}$$

Tapauksessa $s = 0$ lauseke (5.27) palautuu vakaan rahanarvon mukaiseen lausekkeeseen (5.6), tällöin $s_{\overline{n}|0} = n$. Inflaation aiheuttama käyttöpääoman nimelliskasvu on kaikissa tähän mennessä käsitellyissä menetelmissä heikentänyt investoinnin reaalista kannattavuutta. Tällainen vaikutus ei tule esille korottoman takaisinmaksuajan menetelmässä. Yleisesti ottaen takaisinmaksuaika näyttää lyhenevän inflaation johdosta, sillä ehto (5.26) on lievempi kuin vakaan rahanarvon tilanteen ehto (5.5). Vaikka ehdosta (5.27) (ja (5.21)) ei yleisesti voidakaan päätellä, että myös se olisi lievempi kuin vastaava vakaan rahanarvon tilanteen ehto (5.2), niin useimmilla parametrien arvoilla näin kuitenkin on. Helpoimmin todettava esimerkkitapaus on tilanne $W_0 = P$, jolloin lausekkeiden (5.21) ja (5.2) oikeat puolet yhtyvät, mutta lausekkeen (5.21) vasen puoli on aina suurempi kuin lausekkeen (5.2) vasen puoli, eli $s_{\overline{n_0^*}|s} > n_0^*$, joten ehtona (5.21) on lievempi kuin (5.2).

Vaikka nimellisiin virtoihin perustuva korottoman takaisinmaksuajan määritys näyttää ulkonaisesti kunnolliselta, sitä ei tulisi käyttää, koska inflaation vaikutukset eivät koronlaskun puuttuessa puhdistu virroista. Nimellisiin virtoihin perustuvaa takaisinmaksuaikaa on perusteltua käyttää vain silloin, kun investointi on rahoitettu kokonaan käyttäjän kannalta inflaatiosuojatulla vieraalla pääomalla.

Reaalivirrat

Reaalivirtoihin perustuva n_0^*:n määritysehto on nyt (välillä $0 < n_0^* \leq n$) muotoa

$$(5.28) \qquad -C - W_0 + \sum_{t=1}^{n_0^*} (P - \Delta W_{t-1}) \geq 0,$$

josta sijoituksella $\Delta W_{t-1} = sW_0$ saadaan ensin

$$(5.29) \qquad -C - W_0 + \sum_{t=1}^{n_0^*} (P - sW_0) \geq 0$$

ja tästä sieventämällä

$$(5.30) \qquad -C - W_0 + n_0^* (P - sW_0) \geq 0.$$

Takaisinmaksuajalle n_0^* saadaan näin (suoraan yhtälömuotoon kirjoitettuna) ehto

$$(5.31) \qquad n_0^* = \frac{C + W_0}{P - sW_0}$$

Inflaation vaikutus otetaan huomioon siten, että takaisinmaksuajan määrityslausekkeessa vuosittaisen käyttökatteen reaaliarvosta (P) vähennetään *käyttöpääoman nimelliskasvun reaaliarvo* (sW_0).

Mikäli (5.31):n ratkaisu $n_0^* > n$, tarkastellaan ehtoa

$$(5.32) \qquad -C - W_0 + \sum_{t=1}^{n} (P - \Delta W_{t-1}) + W_n \geq 0,$$

joka sievennettynä on ($W_n = W_0$ reaalisesti)

$$(5.33) \qquad n \geq \frac{C}{P - sW_0}.$$

Jos (5.33) on voimassa, on $n_0^* = n$, muutoin $n_0^* > n$. Ja koottuna

$$
(5.34) \qquad n_0^* = \begin{cases} \dfrac{C + W_0}{P - sW_0}, \text{ jos } 0 < \dfrac{C + W_0}{P - sW_0} \le n \\[2ex] n, \text{ jos } \dfrac{C}{P - sW_0} \le n < \dfrac{C + W_0}{P - sW_0} \\[2ex] \text{suurempi kuin } n, \text{ jos } \dfrac{C}{P - sW_0} > n \end{cases}
$$

Tapauksessa $s = 0$ lauseke (5.34) palautuu vakaan rahanarvon tilanteen lausekkeeksi (5.6). Kun $s > 0$, koroton takaisinmaksuaika on aina pitempi kuin vastaavilla parametreilla vakaan rahanarvon tilanteessa. Tulos on järkevä ja johdonmukainen. Reaalivirtoihin perustuvaa korotonta takaisinmaksuaikaa on perusteltua käyttää silloin, kun investoinnin rahoituksessa käytetään sellaista pääomaa, jolle asetetaan reaaliarvon säilymisvaatimus.

Tarkastellaan vielä inflaation vaikutusta takaisinmaksuajan muutoksen suuruuteen. Oletetaan, että liikutaan koko ajan alueella $0 < n_0^* \le n$. Merkitään (5.34):stä saatavaa inflaatiotilannetta vastaavaa takaisinmaksuaikaa nyt symbolilla $n_0^*(s)$. On siis

$$
(5.35) \qquad n_0^*(s) = \frac{C + W_0}{P - sW_0} .
$$

Takaisinmaksuajan piteneminen $\Delta n_0^*(s)$ on suuruudeltaan absoluuttisesti

$$
\begin{aligned}
(5.36) \qquad \Delta n_0^*(s) &= n_0^*(s) - n_0^* \\
&= \frac{C + W_0}{P - sW_0} - \frac{C + W_0}{P} \\
&= \frac{sW_0(C + W_0)}{P(P - sW_0)} .
\end{aligned}
$$

Vastaava prosentuaalinen piteneminen on

$$
\begin{aligned}
(5.37) \qquad \Delta_{\%} n_0^*(s) &= 100 \frac{\Delta n_0^*(s)}{n_0^*} \\
&= \frac{W_0}{P - sW_0} 100 \, s,
\end{aligned}
$$

eli inflaatioprosentti (100s) kerrottuna käyttöpääoman (W_0) ja inflaatiokorjatun reaalisen nettotulon ($P - sW_0$) osamäärällä. Inflaatiokorjattu reaalinen nettotulo saadaan vähentämällä reaalisesta käyttökatteesta käyttöpääoman nimelliskasvun reaaliarvo (sW_0).

5.2.2 Korollinen takaisinmaksuaika

Nimelliset virrat

Määritysehto n_i^* :lle alueella $0 < n_i^* \leq n$ (kokonaislukumuodossa) on nyt

$$(5.38) \qquad -C - W_0 + \sum_{t=1}^{n_i^*} [P_t' (1 + i')^{-t} - \Delta W_{t-1}' (1 + i')^{-(t-1)}] \geq 0,$$

josta ensin

$$(5.39) \qquad -C - W_0 + \sum_{t=1}^{n_i^*} [\frac{P(1 + s)^t}{(1 + i)^t (1 + s)^t} - \frac{sW_0(1 + s)^{t-1}}{(1 + i)^{t-1} (1 + s)^{t-1}}] \geq 0$$

ja sieventämällä edelleen

$$(5.40) \qquad -C - W_0 + [P - s(1 + i)W_0] \sum_{t=1}^{n_i^*} (1 + i)^{-t} \geq 0,$$

eli lopuksi

$$(5.41) \qquad -C - W_0 + [P - s(1 + i)W_0] a_{\overline{n_i^*}|i} \geq 0.$$

Interpoloitu takaisinmaksuajan arvo on yhtälön

$$(5.42) \qquad a_{\overline{n_i^*}|i} = \frac{C + W_0}{P - (1 + i)sW_0}$$

ratkaisu.

Mikäli (5.42) antaa tuloksen $n_i^* > n$, tarkastellaan ehtoa

$$(5.43) \qquad -C - W_0 + \sum_{t=1}^{n} [P_t' \ (1 + i')^{-t} - \Delta W_{t-1}' \ (1 + i')^{-(t-1)}] + W_n' \ (1 + i')^{-n} \geq 0,$$

joka reaalisin suurein lausuttuna on

$$(5.44) \qquad -C - W_0 + \ [P - (1 + i)sW_0] a_{\overline{n}|i} + W_0(1 + i)^{-n} \geq 0$$

eli sievennettynä

$$(5.45) \qquad -C + \{P - [i + (1 + i)s] W_0\} \ a_{\overline{n}|i} \geq 0$$

ja lopulta

(5.46) $$-C + (P - i'W_0)\, a_{\overline{n}|i} \geq 0.$$

tai

(5.47) $$a_{\overline{n}|i} \geq \frac{C}{P - i'W_0}.$$

Takaisinmaksuajan määritysehto on näin kokonaisuudessaan[11]

(5.48) $$n_i^* = \begin{cases} \text{yhtälön } a_{\overline{n_i^*}|i} = \dfrac{C + W_0}{P - (1+i)sW_0} \text{ ratkaisu, jos} & a_{\overline{n}|i} \geq \dfrac{C + W_0}{P - (1+i)sW_0} \\ n, \text{ jos } \dfrac{C}{P - i'W_0} \leq a_{\overline{n}|i} < \dfrac{C + W_0}{P - (1+i)sW_0} & \\ \text{suurempi kuin } n, \text{ jos } a_{\overline{n}|i} < \dfrac{C}{P - i'W_0} & \end{cases}$$

Tapauksessa $s = 0$, jolloin myös $i' = i$, lauseke (5.48) palautuu vakaan rahanarvon tilanteen lausekkeeksi (5.15). Tapauksessa $i = 0$, jolloin $i' = s$, lauseke (5.48) palautuu korottoman takaisinmaksuajan määritysehdoksi (5.34) inflaatiotapauksessa[12]. Tapauksessa $i = s = 0$, jolloin $i' = 0$, lauseke (5.48) palautuu korottoman takaisinmaksuajan määritysehdoksi (5.6) vakaan rahanarvon tilanteessa.

Vertaamalla tuloksia (5.48) ja (5.15) nähdään, että myös korollisen takaisinmaksuajan tapauksessa inflaatio aiheuttaa takaisinmaksuajan pitenemisen, (5.48) on kaikilta osiltaan tiukempi kuin (5.15):

- $a_{\overline{n_i^*}|i}$ saavuttaa nopeammin arvon $\dfrac{C + W_0}{P}$ kuin arvon $\dfrac{C + W_0}{P - (1+i)sW_0}$
- n_i^* voi ajautua (5.48):ssa n:ään, vaikka se (5.15):ssä on vielä alueella $o < n_i^* \leq n$
- $n_i^* > n$ huomattavasti helpommin (5.48):ssa kuin (5.15):ssä.

Reaalivirrat

Määritysehto n_i^*:lle alueella $0 < n_i^* \leq n$ on nyt

(5.49) $$-C - W_0 + \sum_{t=1}^{n_0^*} [P(1+i)^{-t} - \Delta W_{t-1}\, (1+i)^{-(t-1)}] > 0$$

josta sijoituksella $\Delta W_{t-1} = sW_0$ ja sieventämällä päästään muotoon

---

[11] Vrt. Holland–Watson (1977), s. 90–91.

[12] $a_{\overline{n}|0} = n$.

$$(5.50) \qquad -C - W_0 + [P - s(1 + i)W_0] \sum_{t=1}^{n_i^*} (1 + i)^{-t} \geq 0,$$

mikä on sama kuin (5.40). Näin myös lopullinen ehto on (5.42).

Ehtoa (5.43) vastaavasti taas on reaalivirtoja käytettäessä

$$(5.51) \qquad -C - W_0 + \sum_{t=1}^{n} [P(1 + i)^{-t} - \Delta W_{t-1}(1 + i)^{-(t-1)}] + W_n(1 + i)^{-n} \geq 0,$$

mikä sijoitusten $\Delta W_{t-1} = sW_0$ ja $W_n = W_0$ sekä sievennysten jälkeen yhtyy (5.44):ään ja sitä kautta (5.47):ään.

Reaalivirroin suoritetun tarkastelun antama korollisen takaisinmaksuajan määritysehto tuottaa näin yhtäpitävän tuloksen nimellisvirtaisen tarkastelun kanssa, ts. ehdon (5.48).

6. JOHTOPÄÄTÖKSIÄ

Tämän kaksiosaisen artikkelisarjan tarkoituksena oli ensinnäkin osoittaa, että käyttöpääoman maksu- ja kustannusperusteiset käsittelytavat johtavat samaan investoinnin kannattavuusvaikutukseen. Lisäksi artikkelisarjassa oli tarkoituksena käydä läpi ne periaatteet, joita noudattaen käyttöpääoma otetaan huomioon eri investointilaskentamenetelmissä.

Nykyarvomenetelmää käytettäessä osoitettiin, että inflaatio heikentää käyttöpääomatarpeen jatkuvan nimelliskasvun kautta investoinnin kannattavuutta. Käyttöpääomainvestoinnin nykyarvon inflaatioherkkyys on varsin voimakasta, prosentuaaliseksi nykyarvon muutokseksi tuli $-\frac{1 + i}{i} 100s$[13]. Nykyarvon muutoksen riippuvuus inflaatiovauhdista on näin lineaarinen.

Annuiteettimenetelmää käytettäessä käyttöpääoman jatkuva lisätarve kohottaa investoinnin vuosittaisia pääomakustannuksia määrällä $-s(1 + i)W_0$. Pääomakustannusten kasvu on siten inflaation ja 0-vuoden käyttöpääomainvestoinnin tulo kerrottuna reaalisella laskentakorkotekijällä. Pääomakustannusten noususta johtuen vakaassa rahanarvon tilanteessa kannattava investointi tulee inflaatio-oloissa kannattamattomaksi inflaatiovauhdin ollessa tiettyä s_0:aa korkeampi.

Sisäisen koron menetelmän yhteydessä käytettiin vain maksuperusteista käyttöpääoman käsittelytapaa. Myös tätä menetelmää käytettäessä käyttöpääoman jatkuva lisätarve heikensi investoinnin reaalista, so. inflaation vaikutuksista puhdistettua, kannattavuutta. Näin inflaation kohotessa investoinnin reaalinen sisäinen korko laskee. Myös sisäisen koron yhteydessä

[13] Sijoitettaessa käyttöpääoman nimelliskasvu kunkin vuoden alkuun (maksuperuste) tai koron laskeminen vuoden lopun käyttöpääomalle.

määriteltiin sellainen inflaatiovauhti, jota korkeammalla inflaatiolla vakaan rahanarvon vallitessa kannattava investointi tulee inflaatio-oloissa reaaliselta tuotoltaan negatiiviseksi.

Takaisinmaksuajan menetelmän yhteydessä käytettiin vain maksuperusteista käyttöpääoman käsittelytapaa, koska takaisinmaksuaika on käsitteellisesti investoinnin rahoitusvaikutuksia mittaava. Normaalissa tapauksessa ($n^*_0 < n$) koroton takaisinmaksuaika saadaan inflaatio-oloissa joko yhtälön $n^*_0 = (C + W_0)/(P - sW_0)$ (reaalivirrat) tai $s_{\overline{n^*_0}|s} = (C + W_0)/[(1 + s)P - sW_0]$ (nimelliset virrat) ratkaisuna. Jos investointi on rahoitettu kokonaan inflaatiosuojatulla vieraalla pääomalla, takaisinmaksuaika voidaan määrittää viimeksimainitun yhtälön perusteella. Tällaisessa tapauksessa inflaatio lyhensi korotonta takaisinmaksuaikaa, edellistä yhtälöä käytettäessä korottoman takaisinmaksuajan inflaatiosta johtuva muutos oli päinvastainen. Vastaavasti korollinen takaisinmaksuaika saadaan ($n^*_i < n$) yhtälön $a_{\overline{n^*_i}|i} = (C + W_0)/[P - (1 + i)\, sW_0]$ ratkaisuna. Inflaatio pidensi korollista takaisinmaksuaikaa.

VIITATTU KIRJALLISUUS

Aho, Teemu: Investointilaskelmat. Vaasa 1982.

Aho, Teemu–Virtanen, Ilkka: Adequacy of Depreciation Allowances under Inflation. Liiketaloudellinen Aikakauskirja 4–1981.

– » – Käyttöpääoman käsittely investointilaskelmissa – I. Liiketaloudellinen Aikakauskirja 3–1982.

Carsberg, Bryan–Hope, Anthony: Business Investment Decisions under Inflation. London 1976.

Holland, F. A.–Watson, F. A.: Putting Inflation into Profitability Studies. Chemical Engineering. February 1977.

Merrett, A. J.–Sykes, Allen: The Finance and Analysis of Capital Projects. London 1976.

Tell, Bertil: Investeringskalkylering i praktiken. Lund 1979.

Liite. Symboliluettelo

A_0	investoinnin kokonaisvuosiannuiteetti (vakaa rahanarvo)
$A(C)$	käyttöomaisuusinvestoinnin vuosiannuiteetti
$A(W_0)$	käyttöpääomainvestoinnin vuosiannuiteetti
$A(W_n)$	pitoajan lopussa palautuvan käyttöpääoman vuosiannuiteetti
$A(\Delta W^0_{t-1})$	inflaation vuonna t aiheuttaman käyttöpääoman lisäyksen reaaliarvon nykyarvon vuosiannuiteetti
$A(\Delta W)$	inflaation aiheuttaman käyttöpääoman kokonaislisäyksen reaaliarvon nykyarvon vuosiannuiteetti
A_s	investoinnin kokonaisvuosiannuiteetti (inflaatiovauhti 100 s% p.a.)
ΔA_s	inflaation aiheuttama muutos vuosiannuiteettiin
$\Delta\% A_s$	inflaation aiheuttama prosentuaalinen vuosiannuiteetin muutos
$a_{\overline{n}\vert i}$	jaksollisten jälkikäteisten maksujen diskonttaus- l. nykyarvotekijä (n maksua, korkokanta i)
C	käyttöomaisuusinvestointi
$c_{\overline{n}\vert i}$	annuiteettitekijä (n vuotta, korkokanta i)
i	reaalinen laskentakorkokanta (korkoprosentti 100i % p.a.)
i'	nimellinen laskentakorkokanta
n	investoinnin pitoaika
n^*_0	koroton takaisinmaksuaika
Δn^*_0 (s)	inflaation aiheuttama muutos korottomaan takaisinmaksuaikaan
$\Delta\% n^*_0$ (s)	inflaation aiheuttama prosentuaalinen muutos korottomaan takaisinmaksuaikaan
n^*_i	korollinen takaisinmaksuaika (reaalinen laskentakorkokanta i)
P	vuotuinen vakionettotulo (vakaa rahanarvo)
P'_t	nimellinen nettotulo vuonna t (inflaatio-olosuhteet)
r	reaalinen sisäinen korkokanta
r'	nimellinen sisäinen korkokanta
$r(s)$	reaalinen sisäinen korkokanta inflaatiovauhdin funktiona
r_0	funktion $r = r(s)$ arvo pisteessä $s = 0$ ($r_0 = r(0)$)
s	inflaatiovauhti (inflaatioprosentti 100s % p.a.)
$s(r)$	inflaatiovauhti reaalisen sisäisen koron funktiona
s_0	inflaatiovauhti, jolla investointi tulee kannattamattomaksi (annuiteettimenetelmä, sisäisen koron menetelmä), funktion $s = s(r)$ arvo pisteessä $r = 0$ ($s_0 = s(0)$)
$s_{\overline{n}\vert i}$	jaksollisten jälkikäteisten maksujen prolongaatiotekijä (n maksua, korkokanta i)
t	vuoden järjestysnumero, summausindeksi
W_0	pitoajan alussa sitoutuva käyttöpääoma
W_n	pitoajan lopussa vapautuva käyttöpääoma (reaaliarvo)
W'_n	pitoajan lopussa vapautuva käyttöpääoma (nimellinen arvo)
W_t	käyttöpääoman reaalinen arvo vuonna t
W'_t	käyttöpääoman nimellinen arvo vuonna t
$\Delta W'_{t-1}$	käyttöpääoman nimelliskasvu vuonna t (sijoitettuna vuoden alkuun)
ΔW_{t-1}	käyttöpääoman vuoden t nimelliskasvun reaalinen arvo
ΔW^0_{t-1}	edellisen nykyarvo
W_k	volyymin kasvusta aiheutuva käyttöpääoman lisäys vuonna k (reaaliarvo)

TEEMU AHO, D.Sc. (Econ)
Professor
Lappeenranta, Finland

ILKKA VIRTANEN, Ph.D.
Associate professor
Vaasa, Finland

Treatment of Working Capital in Investment Analysis – Part II

(Summary)

The objective of these two papers was firstly to show that the alternative ways of considering the working capital investment – cost basis and payment basis – in the methods of investment appraisal lead to the same profitability effect of investment. Secondly the purpose of these two papers was to go through the methods to be followed in including working capital in various methods of investment appraisal.

In the first paper it was shown that inflation worsens the profitability of an investment when the present value method is used. This was due to a continuously increasing need for nominal working capital. The present value sensitivity of a working capital investment was very strong in relation to inflation, the percentage change of the present value beeing $-[(1 + i)/i]100\,s$, where i refers to the real discount rate and s to the rate of inflation. The change in the present value is linearly dependent on the rate of inflation.

Using the annuity method as the method of investment appraisal, inflation raises the annual capital costs (annuity) by the amount of $-s(1 + i)W_0$, where W_0 refers to the real amount of the working capital. The rise of the capital costs is thus the product of the rate of inflation and the working capital investment in year 0 multiplied by the real discount factor. It was also shown that a profitable investment under non-inflation becomes nonprofitable due to inflation if the rate of inflation is higher than a certain critical rate of inflation (s_0).

Using the IRR as the method of investment appraisal the working capital was considered only on payment basis. Inflation decreased the real IRR. Thus as inflation increases the real profitability of the investment worsens.

Using the pay back method the working capital was considered only on payment basis, because the pay back period measures the financial effects of the investment. As the non-interest pay back period is shorter than the service life of the investment, the pay back period under inflation can be solved either by using the equation $n_0^* = (C + W_0)/(P - sW_0)$ (in real terms) or $s_{\overline{n_0^*}|s} = (C + W_0)/[(1 + s)P - sW_0]$ (in money terms), where n_0^* refers to the pay back period (non-interest), C to the amount of investment in fixed assets, P to uniform annual net returns, s to the rate of inflation, W_0 to the real working capital and $s_{\overline{n_0^*}|s}$ to the prolongation factor for uniform annual payments. The product of sW_0 can also be interpreted as the real value of nominal annual increase in working capital. If the investment is totally financed by debt, the pay back period can be solved by the first mentioned equation. It presupposes that amortizations and interest on debt are not affected by inflation. In that case inflation shorters the pay back period. If the latter equation is applied, inflation lenghtens the pay back period. Correspondingly the interest bearing pay back period (n_i^*) can be solved by the equation $a_{\overline{n_i^*}|i} = (C + W_0)/[P-(1 + i)sW_0]$. In this case inflation lenghtens the interest bearing pay back period.