

# **Liiketaloudellinen Aikakauskirja**

**The Finnish Journal of Business Economics**

**Special Edition 3 - 1976**

**ILKKA VIRTANEN**

**Tuotantojärjestelmän toimintavarmuuden  
käsitteestä ja tunnusluvuista**

---

**Toimituskunta** HUUGO RANINEN (päätoimittaja), MIKA KASKIMIES (toim.siht.), LEO AHLSTEDT,  
JAAKKO HONKO, EINO NIINI, REINO ROSSI, MARTTI SAARIO ja FEDI VAIVIO

**Toimituksen  
osoite:** Runeberginkatu 22-24, 00100 Helsinki 10. Aikakauskirja ilmestyy vuosittain neljänä  
niteenä. Tilaushinta 40:—

**The Finnish Journal of Business Economics**  
Address: Runeberginkatu 22-24, 00100 Helsinki 10, Finland.

# Tuotantojärjestelmän toimintavarmuuden käsitteestä ja tunnusluvuista

## 1. Johdanto

Yksi tuotantojärjestelmän tehokkuuteen voimakkaimmin vaikuttavista tekijöistä on järjestelmän toimintavarmuus, jota voidaan yleisesti luonnehtia järjestelmän kyvyksi toimia etukäteen suunnitellulla tavalla. Toimintavarmuuden merkitys on korostunut sitä mukaa kuin tuotantotehtäviin käytettävät laitteistot ovat automatisoituneet, tulleet rakenteeltaan monimutkaisemmiksi ja alkaneet vastata entistä laajemmista tehtäväkokonaisuuksista ilman ihmisen jokahetkistä välitöntä valvontaa. Järjestelmähäiriötä merkitsevien vikojen ehkäiseminen sekä kaikesta huolimatta syntyvien häiriöiden kontrollointi ja niiden haittavaikutusten eliminointi ovat näin tulleet keskeiseksi ongelmaksi tuotantojärjestelmän tehokkaaseen ohjaukseen pyrittäessä. Luotettavuusteoria on tieteenhaara, joka pyrkii matematiikan ja tilastotieteen keinoin, erityisesti todennäköisyyden käsitteeseen perustuvien menetelmien, tarjoamaan apuaan tämän ongelmakentän systemaattiseksi selvittämiseksi.

Luotettavuusteorian täsmällisemmin määriteltyinä tutkimuskohteina Polovko mainitsee seuraavat kuusi aluetta:<sup>1</sup>

- toimintavarmuuden<sup>2</sup> kriteerit ja kvantitatiiviset tunnusluvut
- toimintavarmuuden analyysimenetelmät
- toimintavarmuuden kriteerit huomioon ottavat monimutkaisten systeemien muodostamismenetelmät
- menetelmät toimintavarmuuden lisäämiseksi
- laitteistojen toimintavarmuuden testausmenetelmät
- toimintavarmuusnäkökohdat huomioon ottavat laitteistojen toiminnan suunnittelu- ja ohjausmenetelmät.

---

<sup>1</sup> Polovko, s. XIX

<sup>2</sup> Järjestelmän tai sen yksityisen osan toimintakykyä ilmaisevien käsitteiden yhteisestä yläkäsitteestä (engl. reliability, joskus myös dependability) käytetään tässä esityksessä yleisnimitystä toimintavarmuus tavallisemman luotettavuusnimityksen sijasta. Tämä valinta on tehty sekaanusten välttämiseksi, sillä termi luotettavuus on vakiintunut myös toimintavarmuuden erään yksityisen tunnusluvun nimeksi; tässä esityksessä luotettavuudella tarkoitetaan yksinomaan tätä tunnuslukua, ks. jakso 2.2

Tämän artikkelin aiheena ovat toimintavarmuus-käsitteen sisältöön ja toimintavarmuuden tunnuslukuihin liittyvät määritelmä- ja tulkintakysymykset. Polovkon jaottelussa aihe kuuluu siten sen ensimmäisen ryhmän tutkimusaiheitten piiriin.

Luotettavuusteoreettisessa kirjallisuudessa on yleensä tarkasteltu vain toiminta-asteeltaan kaksitasoisia ”kunnossa-viallinen” systeemejä,<sup>3</sup> ts. systeemejä, jotka joko pystyvät toimimaan normaalisti (kapasiteetin mukaisella toiminta-asteella) tai vioituttuaan tulevat kokonaan toimintakyvyttömiksi.<sup>4</sup> Luvussa 2 esitetään tällaiseen kunnossa-viallinen systeemiin liittyvä toimintavarmuuskäsitteistö siinä muodossa kuin se esiintyy vakiintuneena alan kirjallisuudessa. Toimintavarmuuden kvalitatiivisten määritelmien ja tärkeimpien kvantitatiivisten tunnuslukujen jälkeen esitetään luvun lopussa toimintavarmuudelle yleinen matemaattinen määritelmä, jonka erikoistapauksina esitetyt tunnusluvut mm. saadaan.

Luvussa 3 osoitetaan perinteisen toimintavarmuuskäsitteistön olevan sisältöään ja määritelmiltään liian kapea-alaisen eräiden varsin tavanomaistenkin systeemien yhteydessä: vikojen seurauksena useita mahdollisia toiminta-asteita omaavien systeemien toimintavarmuus jää näiden määritelmien perusteella avoimeksi tai saa empiirisen havainnon kanssa ristiriidassa olevan arvon. Toimintavarmuus-käsitteen ja sen tunnuslukujen määritelmiä laajennetaan nyt niin, että havaitut puutteet poistuvat. Laajennus suoritetaan toimintavarmuuden empiiriseen tulkintaan tukeutuen ja niin, että käsitteet tavanomaisissa kunnossa-viallinen systeemeissä säilyttävät entisen sisältönsä ja merkityksensä. Edelleen osoitetaan, että laajennettu toimintavarmuuskäsitteistö tunnuslukuineen sopii luvun 2 yleisen matemaattisen toimintavarmuuskäsitteen puitteisiin.

## 2. Perinteinen toimintavarmuuskäsitteistö

### 2.1. Toimintavarmuuden kvalitatiiviset määritelmät

Toimintavarmuuden määrittelyssä on vian käsitteellä varsin keskeinen asema. Viaksi kutsutaan ilmiötä, jonka seurauksena laitteiston tuotosta kuvaavat

<sup>3</sup> Systeemiä kutsutaan tässä yhteydessä tarkasteltavan tuotanto- tai muun järjestelmän abstraktia kuvausta, joka on konstruoitu järjestelmän luotettavuustarkastelujen perustaksi.

<sup>4</sup> Systeemejä, joiden yhteydessä vika voi merkitä myös osittaista toiminta-asteen laskua, ovat tarkastelleet mm. Das, Garg, Govil (I, II ja III), Govil ja Kumar, Kulshrestha, Srivastava et al. (I ja II) sekä Varma. Kaikissa näissä tutkimuksissa on kuitenkin rajoitettu pelkästään systeemin käyttäytymisen tarkasteluun; toiminta-asteen osittaisen alenemisen suhdetta toimintavarmuuteen tai muita varsinaisia toimintavarmuuskysymyksiä niissä ei ole tarkasteltu.

tunnusluvut siirtyvät sallittujen rajojen ulkopuolelle.<sup>5</sup> Vika voi siten esiintyä, kun laite tai laitteisto lakkaa kokonaan toimimasta (hehkulampun palaminen) tai sen toiminta ei enää muuten täytä käyttäjän vaatimuksia (akun jännitteen putoaminen). Yhteistä perinteisille toimintavarmuustarkasteluille kuitenkin on, että kullakin hetkellä tarkasteltava laitteisto on voitava luokitella joko vialliseksi tai kunnossa olevaksi, vika joko esiintyy tai ei esiinny; mitään välimuotoja ei tunneta (esimerkiksi että laitteisto olisi puoliksi viallinen).

Toimintavarmuuden määritelmät perustuvat yleensä jollakin tavalla vian tai vikojen esiintymiseen/esiintymättömyyteen tietyssä hetkenä tai tietyllä aikavälillä. Perusluonteeltaan määritelmät jakaantuvat kahteen ryhmään, kvalitatiivisiin ja kvantitatiivisiin määritelmiin. Kvalitatiiviset määritelmät käsittelevät toimintavarmuuskäsitteen yleistä sisältöä samaan tapaan kuin edellä määriteltiin vian käsite. Kvantitatiivisissa määritelmissä toimintavarmuus esitetään yleensä tietyssä vian esiintymättömyyteen liittyvänä todennäköisyytenä tai jakauman odotusarvona.

Kvalitatiivisen ryhmän tyyppillisinä edustajina voidaan pitää mm. seuraavia toimintavarmuuden määritelmiä:

1. Luotettavuus on laitteiston kyky säilyttää tuotoksensa tunnusluvut (parametrit) vahvistettujen rajojen puitteissa annetuissa toimintaolosuhteissa<sup>6</sup>
2. Yksikön luotettavuudella tarkoitetaan yksikön kykyä ylläpitää laatunsa tietyissä käyttöolosuhteissa<sup>7</sup>
3. Luotettavuus määritellään todennäköisyytenä laitteen menestykselliselle toiminnalle käyttäjän aikomalla tavalla ja olosuhteissa<sup>8</sup>
4. Luotettavuus on todennäköisyys sille, että laite kohtaamissaan toimintaolosuhteissa toimii tehtävänsä mukaisesti aiotun toiminta-ajanjakson<sup>9</sup>
5. Luotettavuus on todennäköisyys sille, että systeemi toimii tyydyttävästi vähintään annetun ajanjakson määrättyissä olosuhteissa.<sup>10</sup>

Huolimatta siitä, että toimintavarmuuden kvalitatiiviset määritelmät muodostavat suhteellisen homogeeniseksi katsottavan ryhmän, jää toimintavarmuuden mittaaminen ja ilmaiseminen vielä osittain avoimeksi. Toimintavarmuuskäsitteistön lopullinen täsmentäminen tapahtuukin kvantitatiivisten määritelmien muodossa.

<sup>5</sup> esim. Polovko, s. 6

<sup>6</sup> Polovko, s. 1

<sup>7</sup> Gnedenko et al., s. 70

<sup>8</sup> Lloyd ja Lipow, s. 20

<sup>9</sup> Barlow ja Proschan, s. 6

<sup>10</sup> von Alven, s. 6

## 2.2. Toimintavarmuuden kvantitatiiviset tunnusluvut

Toimintavarmuuden kvantitatiivisista määritelmistä, toimintavarmuuden tunnusluvuista, esitetään seuraavassa kolme yleisintä ja tärkeintä: luotettavuus, käytettävyys ja häiriöttömän toiminta-ajan odotusarvo.

Systeemin *luotettavuus*  $R(t)$  määritellään todennäköisyytenä<sup>11</sup>

$$(1) R(t) = P\{\text{Systeemi toimii vioittumatta ajanjakson } [0,t]\}.$$

Luotettavuus  $R(t)$  on tyypillisesti korjaamattomaksi ajatellun systeemin toimintavarmuuden tunnusluku, sillä mielenkiinnon kohteena systeemin tarkastelussa on ainoastaan systeemin ensimmäinen vioittuminen ja sen ajankohta. Korjausmahdollisuuden olemassaolo, korjauksen kesto aika jne. eivät mitenkään vaikuta systeemin saavuttamaan luotettavuuteen.

Systeemin *käytettävyys*  $A(t)$  on todennäköisyys<sup>12</sup>

$$(2) A(t) = P\{\text{Systeemi on toimintakunnossa hetkellä } t\}.$$

Systeemin käytettävyys riippuu paitsi systeemin kyvystä toimia vioittumatta, myös siitä, miten tehokkaasti korjaustoiminta on järjestetty. Herkätikin vioittuvan systeemin käytettävyys voi olla korkea, mikäli korjauksiin kuluvat ajat ovat hyvin lyhyet. Käytettävyys onkin mielekäs toimintavarmuuden tunnuslukuna vain korjattavien systeemien yhteydessä.

*Häiriöttömän toiminta-ajan odotusarvo*  $T_0$  on nimensä mukaisesti odotusarvo ajalle, jonka systeemi yhtäjaksoisesti toimii vioittumatta.<sup>13</sup> Tarkasteltavana voi yhtä hyvin olla aika ennen ensimmäistä vioittumista kuin edellisen vian korjaamisesta seuraavan vian esiintymiseen kuluva aika.  $T_0$  on siten sekä korjattavan että korjaamattoman systeemin toimintavarmuuden tunnusluku.

## 2.3. Toimintavarmuus yleisenä matemaattisena käsitteenä

Edellisessä jaksossa systeemin toimintavarmuutta ilmentävät kvantitatiiviset tunnusluvut määriteltiin tiettyinä todennäköisyys- tai odotusarvolausekkeina. Huolimatta eri tunnuslukujen välillä vallitsevista määritelmällisistä eroavuuksista ja näin ollen myös siitä, että jokainen tunnuslukuista painottaa jossain määrin eri seikkoja systeemin toiminnassa, mittaavat ja ilmaisevat ne kuitenkin kaikki systeemin kykyä suoriutua sille asetetuista tehtävistä ja vaatimuksista eli juuri mittaustavoitteeksi asetettua toimintavarmuutta. Esitettyjen tun-

<sup>11</sup> esim. Barlow ja Proschan, s. 7, Gnedenko et al., s. 79

<sup>12</sup> esim. Barlow ja Proschan, s. 7, Rau, s. 240

<sup>13</sup> esim. Gnedenko et al., s. 77

nuslukujen sisällöllinen yhteenliittyvyys ilmenee myös formaalisti siten, että osoittautuu mahdolliseksi konstruoida abstrakti matemaattinen toimintavarmuuskäsite, joka erikoistapauksinaan sisältää kaikki tavallisimmat ja tärkeimmät toimintavarmuuden tunnusluvut.<sup>14</sup>

Merkitään yleisesti symbolilla  $s$  tilaa, jossa systeemi jollakin tietyllä hetkellä voi olla. Tällöin  $S = \{s\}$  on systeemin kaikkien mahdollisten erilaisten tilojen joukko eli ns. systeemin tila-avaruus (systeemin tilat katsotaan keskenään erilaisiksi, jos ne poikkeavat toimintavarmuuden näkökulmasta jollakin tavoin toisistaan). Systeemin tila voi olla joko skalari- tai vektoriarvoinen suure. Ajan kuluessa systeemin tila yleensä muuttuu. Merkitään symbolilla  $x(t)$  systeemin tilaa hetkellä  $t$ , jolloin  $x(t) \in S$  kaikilla  $t$ :n arvoilla ( $t \geq 0$ ). Kun otetaan huomioon systeemin tilamuutosten stokastinen luonne, voidaan ajanhetkeen  $t$  liittyvää stokastista tilaa (tilajoukkoa) tai tilajakaumaa kuvata satunnaismuuttujalla  $X(t)$ , jonka yksityinen (otos)arvo jokainen havaittu tai yleensä jokainen hetkellä  $t$  esiintyväksi mahdollinen  $x(t)$  on. Satunnaismuuttujan  $X(t)$  ajan suhteen indeksoitu järjestetty joukko  $X = (X(t)|t \geq 0)$  on tällöin systeemin tilojen ajallista vaihtelua kuvaava stokastinen prosessi. Aikasarjat  $(x(t) | t \geq 0)$  ovat tämän stokastisen prosessin reaalisatioita. On selvää, että jokaisen yksityisen reaalisation  $\hat{x}$  arvo minä tahansa ajanhetkenä  $t^* \geq 0$  on jokin tila-avaruuden  $S$  alkioista, ts.  $\hat{x}(t^*) \in S$ . Merkitään näiden reaalisatioiden joukkoa  $\hat{X}$ :lla.

Tila-avaruuden  $S$  ja tiloihin liittyvän stokastisen prosessin  $X$  määrittelyn jälkeen voidaankin jo muodostaa toimintavarmuuden yleinen määritelmä. Olkoon  $\Phi$  jokin prosessin  $X$  reaalisatioiden joukossa määritelty funktionaali, ts. operaatio, joka jokaiseen reaalisatioon  $\hat{x}$  liittää tietyn yksikäsitteisesti määräytyvän reaaliluvun  $\Phi[\hat{x}]$ . Toimintavarmuus  $\varphi$  määritellään nyt tämän funktionaalin odotusarvona, ts.

$$(3) \quad \varphi = E\{\Phi[\hat{X}]\}.$$

Toimintavarmuuskäsitteen kulloinenkin lopullinen kiinnittäminen, ts. käytettävän tunnusluvun valinta, jää näin riippumaan funktionaalin  $\Phi$  määrittelystä. Seuraavassa osoitetaan, että mm. jaksossa 2.2 esitetyt tunnusluvut saadaan tämän yleisen toimintavarmuuskäsitelmän erikoistapauksina.

*Luotettavuus.* Olkoon  $S^\circ \subset S$  niiden tilojen joukko, joissa ollessaan systeemi ei ole toimintakykyinen. Määritellään funktionaali  $\Phi_1$  seuraavasti:

$$(4) \quad \Phi_1[\hat{x}] = \begin{cases} 0, & \text{jos on olemassa } 0 \leq u \leq t \text{ siten, että } \hat{x}(u) \in S^\circ \\ 1 & \text{muulloin.} \end{cases}$$

<sup>14</sup> Toimintavarmuuskäsitelmän määrittelyn tällaisessa yleisessä muodossa ovat esittäneet Barlow ja Proschan, ss. 6–7 sekä Gnedenko et al., ss. 74–78; tässä artikkelissa seurataan lähinnä jälkimmäistä esitystä.

Tällöin on

$$(5) \quad \varphi_1 = E\{\Phi_1[\hat{X}]\} = P\{\Phi_1[\hat{X}] = 1\} \\ = P\{\text{Systeemi ei vioitu aikana } [0,t]\} = R(t).$$

Funktionaalin määrittäminen yhtälön (4) mukaisesti johtaa siten tunnuslukuun luotettavuus.

*Käytettävyys.* Olkoon  $S^\circ$ :lla sama merkitys kuin edellä. Määritellään nyt

$$(6) \quad \Phi_2[\hat{x}] = \begin{cases} 0, & \text{jos } \hat{x}(t) \in S^\circ \\ 1, & \text{jos } \hat{x}(t) \notin S^\circ, \end{cases}$$

jolloin saadaan

$$(7) \quad \varphi_2 = E\{\Phi[\hat{X}]\} = P\{\Phi[\hat{X}] = 1\} \\ = P\{\text{Systeemi on toimintakunnossa hetkellä } t\} = A(t),$$

eli on päädytty systeemin käytettävyyteen.

*Häiriöttömän toiminta-ajan odotusarvo.* Määritellään funktionaali  $\Phi_3$  seuraavasti

$$(8) \quad \Phi_3[\hat{x}] = \tau,$$

missä  $\tau$  saadaan ehdosta

$$(9) \quad \hat{x}(\tau) \in S^\circ; \hat{x}(t) \notin S^\circ, \text{ kun } 0 \leq t < \tau.$$

Funktionaalin  $\Phi_3$  arvoksi siis määritellään systeemin häiriöttömän toiminta-ajan pituus  $\tau$ . Tämän odotusarvona saadaan luonnollisesti toimintavarmuuden tunnusluku  $T_0$ , häiriöttömän toiminta-ajan odotusarvo:

$$(10) \quad \varphi_3 = E\{\Phi_3[\hat{X}]\} = E\{\tau\} = T_0.$$

### 3. Toimintavarmuuskäsitteen laajennus

*3.1. Toimintavarmuuden käsitteeseen liittyvä problematiikka tapauksessa, jossa tuotantojärjestelmän vioittuminen aiheuttaa toiminta-asteen osittaisen alenemisen*

Toimintavarmuuden käsitteen todettiin edellä olevan alan kirjallisuudessa jo suhteellisen vakiintuneen. Sisällöllisesti systeemin toimintavarmuudella tarkoitetaan systeemin kykyä suoriutua sille asetetuista tehtävistä ja vaatimuksista, toimintavarmuuden mittaaminen ja ilmaiseminen taas tapahtuu tiettyinä häiriöttömään toimintaan liittyvinä todennäköisyyksinä tai odotusarvoina. Edellä luvussa 2 suoritettu tarkastelu oli juuri tämän "klassillisen" toimintavarmuuskäsitteen mukainen. Tunnuksmerkillistä perinteisille toimintavarmuustarkasteluille on, että niissä systeemi kullakin hetkellä on joko toiminta-

kykyinen tai toimintakyvytön. Jokaisen normaalista toiminnasta poikkeavan ilmiön esiintymisen yhteydessä tämä mm. merkitsee sitä, että ilmiö on luokiteltava joko viaksi tai systeemin toimintaedellytyksiin vaikuttamattomaksi tekijäksi.

Tuotannollista toimintaa harjoittavien yksiköiden parista on kuitenkin löydettävissä runsaasti esimerkkejä siitä, että tavanomainen toimintavarmuuskäsite on liian kapea-alainen kattaakseen kaiken tyyppiset systeemit. Erityisen selvästi tämä tulee esiin prosessiteollisuutta harjoittavan tuotantolaitoksen tapauksessa. Toimintavarmuuskäsitettä on tällöin arvioitava uudelleen mm. seuraavista syistä.

Prosessilaitokselle on varsin tyypillinen laite, joka vioituttuaankin pystyy jatkamaan toimintaansa, kuitenkin vain alentuneella tuotantovauhdilla tai muuten osittain: laitteen ja sen mukana koko tuotantolaitoksen toiminta-aste<sup>15</sup> laskee.

Vian seurauksena tietyn ajan alentuneella toiminta-asteella toimineen laitoksen tuotantokyky ei luonnollisestikaan ole niin suuri kuin koko ajan normaalisti toimineen laitoksen; toisaalta sen tuotantokyky on selvästi suurempi kuin vastaavan ajan kokonaan toimintakyvyttömänä olleen laitoksen. Tällaisen, laitoksen toimintaedellytyksiin vaikuttavan tapahtuman tulisi nyt näkyä myös laitoksen saavuttamassa toimintavarmuudessa. Perinteistä toimintavarmuuskäsitteistöä käytettäessä tilanne kuitenkin joko jää avoimeksi (toimintavarmuutta ei kyetä määrittämään) tai tulee todellisuudenvastaisesti käsitellyksi (alentunut toiminta-aste jätetään huomiotta tai laitos luokitellaan toimintakyvyttömäksi ko. ajaksi).

Tuotantoprosessin tietyn osan koostuminen useasta rinnakkaisesta laitteesta ja laiteryhmästä ei aina merkitse rinnankytkentää toimintavarmuustekniiksessä merkityksessä,<sup>16</sup> vaan prosessi on tällä kohtaa toiminnaltaankin jaettu rinnakkaisiin haaroihin, joista jokainen kattaa tietyn osuuden laitoksen kapasiteetista. Tällöin on selvää, että jo yhdenkin haaran vioittuminen merkitsee toiminta-asteen laskua, jolloin toimintavarmuuskin alenee. Tilanne on tarkasteltavan prosessin osan kohdalla sama kuin yksityisen laitteen kohdalla edellä: prosessin osa voi paitsi toimia normaalisti tai olla kokonaan toimintakyvytön myös toimia (yhdellä tai useammalla) alentuneella toiminta-asteen tasolla. Toimintavarmuuden tavanomainen määrittely ei yllä kattamaan tällaisiakaan tapauksia.

<sup>15</sup> Tuotantolaitoksen (ja myöhemmin sitä kuvaavan systeemin) toiminta-asteella tarkoitetaan tässä esityksessä laitoksen (systeemin) tuotoksen todellista määrää aikayksikköä kohti laskettuna, vrt. Honko, s. 39

<sup>16</sup> Systeemin tai sen osan sanotaan olevan rinnankytketyistä komponenteista muodostuneen, jos ko. yksikkö on toimintakykyinen niin kauan kuin yksikin sen rinnakkaisista komponenteista on toimintakykyinen, ks. esim. Pieruschka, s. 76.



Kummassakin kuvatussa tilanteessa toimintavarmuuden käsite onkin kiinteässä yhteydessä vikojen aiheuttamaan toiminta-asteen laskuun eikä pelkkiin täydellisen toimintakuntoisuuden ja toimintakyvyttömyyden välisiin suhteisiin. Seuraavassa jaksossa laajennetaan toimintavarmuuskäsitteen sisältöä erityisesti kvantitatiivisten tunnuslukujen kohdalla siten, että edellä esitetyt näkökohdat tulevat huomioon otetuiksi. Tämä tehdään vakiintunutta käsitteistöä millään tavalla loukkaamatta: tavanomaisissa kaksitasoisissa kunnossaviallisissa systeemeissä uusilla laajennetuilla käsitteillä säilyy niiden entinen sisältö ja merkitys.

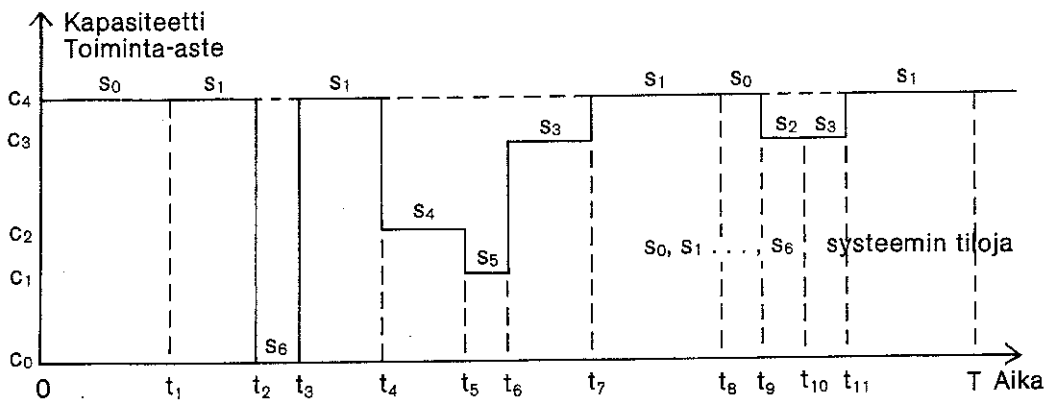
### 3.2. Laajennetun toimintavarmuus-käsitteen tärkeimmät tunnusluvut

#### 3.2.1. Merkintöjä ja valmistavia tarkasteluja

Seuraavassa oletetaan tarkasteltavan systeemiä, jonka esikuvana reaali maailmassa on edellä kuvattuihin puitteisiin sopiva tuotantolaitos. Systeemille on tällöin ominaista, että se voi olla paitsi täysin toimintakykyinen tai kokonaan toimintakyvytön myös osittain toimintakykyinen. Systeemin osittainen toimintakykyisyys voi edellä kuvatulla tavalla olla peräisin joko systeemin yksityisen osan, komponentin, vastaavasta ominaisuudesta tai voi syntyä komponenttien tietynlaisen kytkennän kautta. Komponentin yksityiskohtaiseen sisäiseen rakenteeseen ei näin ole tarpeellista puuttua, komponentti voi vastata reaalisyteemin yksityistä laitetta, laiteryhmittä tai jopa kokonaista tuotantolaitosta eli voi erikoistapauksessa olla kokonainen (osa)systeemi. Välttämätöntä on vain, että toimintavarmuustarkasteluja varten ovat komponenttia koskevat käyttäytymistiedot käytettävissä.

Oletetaan, että systeemin mahdolliset toiminta-asteet ovat  $c_0, c_1, \dots, c_K$ , missä  $c_0$  merkitsee täydellistä toimintakyvyttömyyttä,  $c_K$  kapasiteetin mukaista toiminta-astetta ja  $c_1, \dots, c_{K-1}$  yhden tai useamman yht'aikaisen vian seurauksena syntyneitä alentuneita toiminta-asteita. Merkitään ko. toiminta-asteita vastaavia toimintasuhdetta<sup>17</sup>  $p_0, p_1, \dots, p_K$ , jolloin on  $p_0 = 0$ ,  $p_K = 1$  ja  $0 < p_i < 1$ , kun  $i=1, 2, \dots, K-1$ . Systeemin toiminta-asteiden ja sen tilojen välillä vallitsee selvä yhteys; kutakin tilaa vastaa yksikäsitteisesti määrätty toiminta-aste, useat tilat sen sijaan saattavat johtaa samaan toiminta-asteeseen. Kuviossa 1 on graafisesti esitetty systeemin tilojen ja niihin liittyvien toiminta-asteiden kehitys eräänä aikavälinä  $[0, T]$ . Kuviossa 1 systeemin tila muuttuu hetkinä  $t_1, t_2, \dots, t_{11}$ .

<sup>17</sup> Toimintasuhte = toiminta-asteen suhde kapasiteettiin, ks. Honko s. 40. Siten on  $p_i = c_i/c_K$ ,  $i=0, 1, \dots, K$ .



Kuvio 1. Systeemin tilat ja toiminta-asteet ajan funktiona

Näistä tilan muutoksista hetkinä  $t_1$ ,  $t_8$  ja  $t_{10}$  tapahtuvat ovat sellaisia, että ne eivät merkitse muutosta systeemin toiminta-asteeseen (yhden useasta vielä toimivasta rinnan kytketystä komponentista vioittuminen, tällaisen komponentin korjauksen päätyminen jne).

Käyttöön otetut toiminta-asteen ja toimintasuhteen käsitteet eivät estä tavanomaisen kunnossa-viallinen systeemin tarkastelua näissä puitteissa. Tällaisessa tapauksessa on vain  $K=1$ , jolloin  $c_0$  merkitsee systeemin täydellistä toimintakyvyttömyyttä ja  $c_1$  kapasiteetin mukaista täyttä toimintakykyisyyttä. Vastaavasti ovat systeemin ainoat mahdolliset toimintasuhteet  $p_0=0$  ja  $p_1=1$ .

Numeroidaan vielä systeemin mahdolliset tilat seuraavasti: toiminta-astetta  $c_i$  ( $i=0, 1, \dots, K$ ) vastaavat tilat ovat  $s_1^i, s_2^i, \dots, s_{n_i}^i$ . Olkoon näiden tilojen muodostama joukko  $S^i$ , jolloin siis  $S^i = \{s_1^i, s_2^i, \dots, s_{n_i}^i\}$ . Systeemin tilatodennäköisyyksiä merkitään symbolilla  $P_{S_j^i}(t)$ , missä

$$(11) \quad P_{S_j^i}(t) = P\{\text{Systeemi on hetkellä } t \text{ tilassa } s_j^i\}$$

$$i=0, 1, \dots, K; j=1, 2, \dots, n_i$$

Merkinnästä ilmenee tilan lisäksi systeemin kulloinenkin toiminta-aste (tilan  $s_j^i$  yläindeksin perusteella).

### 3.2.2. Toiminta-asteen $c$ käytettävyys ja keskimääräisen toimintasuhteen käytettävyys

Luvun 2 tarkastelujen mukaisesti tavanomaisen kunnossa-viallinen systeemin käytettävyydellä  $A(t)$  tarkoitetaan todennäköisyyttä, että systeemi on toimintakunnossa hetkellä  $t$ . Vikojen seurauksena syntyvät alentuneet toiminta-asteet voidaan ottaa käytettävyyttä laskettaessa huomioon määrittelemällä uusi käytettävyysskäsite *toiminta-asteen  $c$  käytettävyys*  $A_0(c, t)$  seuraavasti:

$$(12) \quad A_0(c, t) = P\{\text{systemin toiminta-aste hetkellä } t \text{ on vähintään } c\}.$$

Uusi tunnusluku  $A_0(c, t)$  sopii toimintavarmuuden yleisen määritelmän (3) puitteisiin, sillä määrittelemällä funktionaali  $\Phi_4$  seuraavasti

$$(13) \quad \Phi_4[\hat{x}] = \begin{cases} 0, & \text{jos } \hat{x}(t) \in \bigcup_{\substack{i \\ c_i < c}} S^i \\ 1, & \text{jos } \hat{x}(t) \in \bigcup_{\substack{i \\ c_i \geq c}} S^i \end{cases}$$

saadaan  $A_0(c, t)$  tämän odotusarvona -

$$(14) \quad A_0(c, t) = E\{\Phi[\hat{X}]\} = P\{X(t) \in \bigcup_{\substack{i \\ c_i \geq c}} S^i\} \\ = P\{\text{systemin toiminta-aste hetkellä } t \text{ on vähintään } c\}.$$

$A_0(c, t)$ :n käytännöllinen laskeminen voidaan suorittaa helposti, mikäli tilatodennäköisyydet tunnetaan:

$$(15) \quad A_0(c, t) = \sum_{\substack{i \\ c_i \geq c}} \sum_{j=1}^{n_i} P_{S_j^i}(t).$$

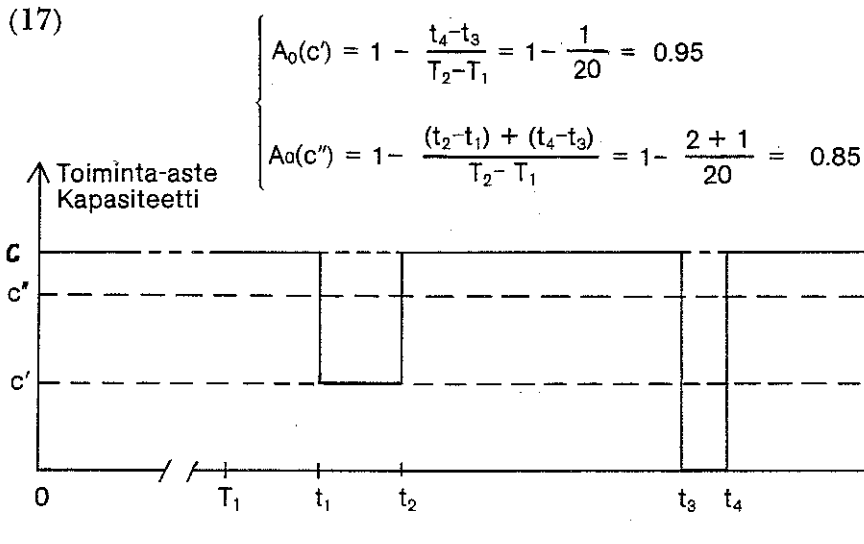
Toiminta-asteen  $c$  käytettävyyttä määritettäessä sitä alentaviksi luetaan siis ne viat, joiden seurauksena systemin toiminta-aste laskee alle  $c$ :n. Määritelmästä (12) huomataan välittömästi, että toimintavarmuuden tunnuslukuna  $A_0(c, t)$  ottaa huomioon jaksossa 3.1 esitetyt näkökohdat: osittaistakin toiminta-asteen laskua merkitsevät viat vaikuttavat pienentävästi toimintavarmuuteen, eivät kuitenkaan samassa määrin kuin täyttä toimintakyvyttömyyttä merkitsevät viat. Lisäksi tavallinen, kaksitasoisen kunnossa-viallinen systemin käytettävyyden  $A(t)$  säilyy  $A_0(c, t)$ :n erikoistapauksena, sillä saadaanhan, kun  $c=c_1=C$  (kapasiteetti):

$$(16) \quad A_0(C, t) = \sum_{j=1}^{n_1} P_{S_j^1}(t) \\ = P\{\text{systemi on hetkellä } t \text{ jossakin (täyttä) toimintakykyä merkitsevistä tiloista}\} \\ = P\{\text{systemi on toimintakunnossa hetkellä } t\} = A(t).$$

Kun käytettävyydellä  $A(t)$  on stationäärisen vaiheen<sup>18</sup> aikana tulkinta, jonka mukaan se ilmoittaa suurenko osan ajasta systemi tietyinä aikavälinä on

<sup>18</sup> Stationäärinen vaihe: systemin tilatodennäköisyydet ja siten myös esim. käytettävyyden lakkaavat riippumasta ajasta

toimintakunnossa,<sup>19</sup> saadaan toiminta-asteen  $c$  käytettävyydelle stationäärisen vaiheen aikana analoginen tulkinta: se ilmoittaa, kuinka suuren osan ajasta systeemi kykenee toimimaan vähintään  $c$ :n suuruisella toiminta-asteella. Tätä tulkintaa voidaan käyttää hyväksi mm. stationäärisen vaiheen aikaisen toiminta-asteen  $c$  käytettävyyden estimoinnissa. Kuviosta 2 esimerkiksi saadaan kahden eri toiminta-asteen  $c'$  ja  $c''$  käytettävyyksille estimaatit (merkitään esiintyviä suureita stationäärisen vaiheen aikana ilman aikamuuttujaa  $t$ ):



Kuvio 2. Toiminta-asteen  $c$  käytettävyyden estimointi stationäärisen vaiheen aikana

Perinteisen kunnossa-viallinen systeemin käytettävyydestarkasteluissa systeemin tilat jaetaan vain kahteen luokkaan: kapasiteetin mukaista toimintakykyä merkitsevien tilojen luokkaan  $S^1 = \{s_1^1, s_2^1, \dots, s_{n_1}^1\}$  ja täydellistä toimintakykyttömyyttä merkitsevien tilojen luokkaan  $S^0 = \{s_1^0, s_2^0, \dots, s_{n_0}^0\}$ . Systeemin ollessa jossakin tiloista  $s_j^1 \in S^1$  sen toimintasuhde on 1, tiloissa  $s_k^0 \in S^0$  toimintasuhde on 0. Käytettävyys  $A(t)$  saadaan näin myös todennäköisyytenä

$$(18) A(t) = P\{\text{systeemin toimintasuhde hetkellä } t \text{ on } 1\}.$$

Käsittämällä toimintasuhde satunnaismuuttujaksi ja merkitsemällä sitä (ajanhetkenä  $t$ ) symbolilla  $W(t)$  saadaan (18):n perusteella edelleen

$$(19) A(t) = P\{W(t) = 1\} = P\{W(t) = 1\} \cdot 1 + P\{W(t) = 0\} \cdot 0 \\ = E\{W(t)\},$$

ts. käytettävyys voidaan tulkita myös toimintasuhteen odotusarvoksi hetkellä  $t$ .

<sup>19</sup> Gnedenko et al., s. 112

Yleiselle systeemille, jolla on useita mahdollisia toiminta-asteita  $c_0, c_1, \dots, c_{K-1}, c_K$  (vastaavat toimintasuhteet  $p_0 = 0, p_1, \dots, p_{K-1}, p_K = 1$ ), saadaan analogisena (18):n kanssa laajennettu käytettävyyssite jakauman muodossa: systeemin "käytettävyyden" ilmoittavat nyt positiivisten toimintasuhteiden todennäköisyydet:

$$(20) \begin{cases} P_1(t) = P\{W(t) = p_1\} = P\{X(t) \in S^1\} \\ P_2(t) = P\{W(t) = p_2\} = P\{X(t) \in S^2\} \\ \vdots \\ P_K(t) = P\{W(t) = p_K\} = P\{X(t) \in S^K\}. \end{cases}$$

Yhteen tunnuslukuun näistä todennäköisyyksistä päästään siirtymällä (19):n tapaan toimintasuhteen odotusarvoon. Näin päädytään toiseen laajennettuun käytettävyyssiteeseen, *keskimääräisen toimintasuhteen käytettävyyteen*  $A_0(t)$ :

$$(21) A_0(t) = E\{W(t)\} = \sum_{i=0}^K p_i P\{W(t) = p_i\}.$$

Myös tunnusluku  $A_0(t)$  saadaan yleisestä määritelmästä (3), funktionaali  $\Phi$  valitaan nyt vain seuraavasti

$$(22) \Phi_3[\hat{x}] = \begin{cases} p_0 = 0, \text{ jos } \hat{x}(t) \in S^0 \\ p_1, \text{ jos } \hat{x}(t) \in S^1 \\ \vdots \\ p_{K-1}, \text{ jos } \hat{x}(t) \in S^{K-1} \\ p_K = 1, \text{ jos } \hat{x}(t) \in S^K. \end{cases}$$

Tällöin  $A_0(t)$  saadaan  $\Phi_3$ :n odotusarvona, sillä

$$(23) E\{\Phi_3[\hat{X}]\} = \sum_{i=0}^K p_i \cdot P\{W(t) = p_i\} = \sum_{i=0}^K p_i P_i(t) \\ = A_0(t).$$

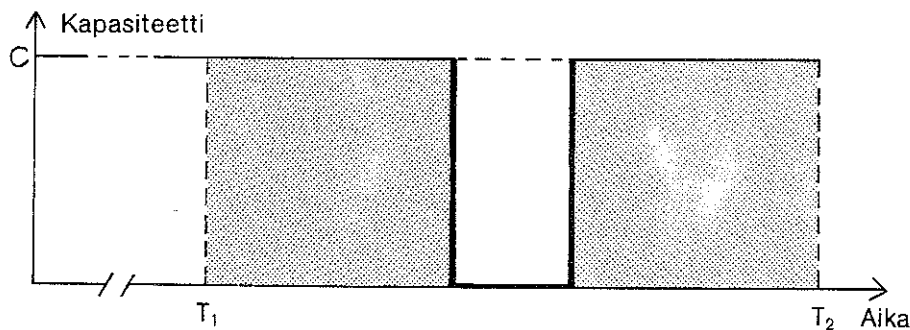
Myös keskimääräisen toimintasuhteen käytettävyys voidaan määrittää tilatodennäköisyyksien perusteella:

$$(24) A_0(t) = \sum_{i=0}^K p_i P_i(t) = \sum_{i=0}^K p_i P\{X(t) \in S^i\} \\ = \sum_{i=0}^K p_i \sum_{j=1}^{n_i} P_{S_j^i}(t).$$

Jälleen voidaan todeta, että myös  $A_0(t)$  täyttää toimintavarmuuden tunnusluville jaksossa 3.1 asetetut ehdot: osittaistakin toiminta-asteen laskua

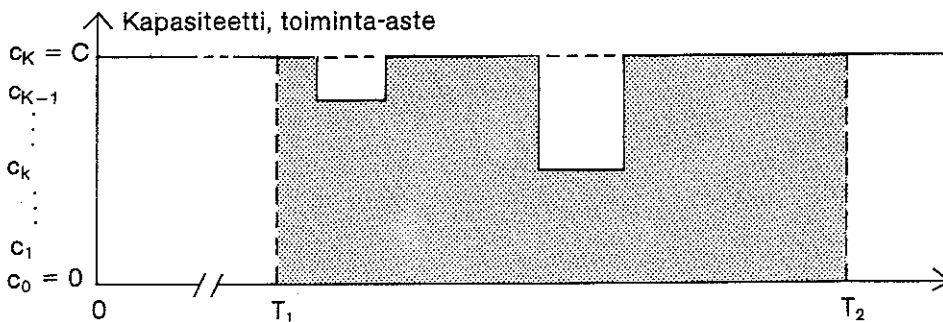
merkitsevillä vioilla on systeemin toimintavarmuutta pienentävä vaikutus, mutta tämä vaikutus on vähäisempi kuin täydellisen toimintakyvyttömyyden aiheuttavalla vialla. Edellä on lisäksi käynyt ilmi, että toiminnallisesti kaksitasoisen kunnossa-viallinen systeemin käytettävyys säilyy laajennetun käsitteen  $A_0(t)$  erikoistapauksena.

Tunnuslukujen  $A(t)$  ja  $A_0(t)$  välinen analogia säilyy myös niiden stationäärisen vaiheen aikaisten tulkintojen kohdalla. Kaksitasoisen kunnossa-viallinen systeemin käytettävyys stationäärisen vaiheen aikana ( $=A$ ) ilmoittaa suuriko on systeemin tuotos suhteessa siihen tuotokseen, joka olisi syntynyt ilman tarkastelujakson aikana sattuneita vikaantumisia. Kuvion 3 havainnollistuksessa käytettävyys  $A$  on varjostetun pinta-alan suhde  $T_1T_2$ -kantaisen ja  $C$ -korkeuksisen suorakulmion pinta-alaan.



Kuvio 3. Stationäärisen vaiheen käytettävyyden tulkinta pinta-alojen suhteeksi

Vastaavalla tavalla keskimääräisen toimintasuhteen käytettävyys stationäärisen vaiheen aikana ( $=A_0$ ) ilmoittaa tietyn aikavälin todellisen tuotoksen ja samana aikavälinä mahdollisen tuotoksen suhteen. Kuviota 3 vastaava havainnollistus on esitetty kuviossa 4.



Kuvio 4. Stationäärisen vaiheen keskimääräisen toimintasuhteen käytettävyys pinta-alojen suhteena

Esitetyt käytettävyyssäsitteen laajennukset  $A_0(c,t)$  ja  $A_0(t)$  korostavat selvästi eri näkökohtia systeemin toimintavarmuudessa.  $A_0(c,t)$  mittaa systeemin toimintavarmuutta hetkellisen toimintakyvyn merkityksessä (esimerkiksi sähköntuotantojärjestelmän kykyä säilyttää tietyn tasoinen tehontuotanto).  $A_0(t)$  taas mittaa systeemin toimintavarmuutta tuotantomäärällisessä merkityksessä (sähköntuotantojärjestelmän todella tuottama sähköenergia).

### 3.2.3. Toiminta-asteen $c$ luotettavuus

Kun systeemin tehtävien ja käyttötarkoituksen kannalta on tärkeätä, että systeemi on toimintakykyinen koko tarkasteluvälin  $0$ :sta  $t$ :hen, on luotettavuus  $R(t)$  usein tarkoituksenmukaisin toimintavarmuuden tunnusluvuihin. Systeemiä siis tarkastellaan aikavälillä  $[0,t]$  ja pannaan merkille, voittuuko systeemi ko. aikana vai ei; mahdollinen korjaus ja toiminnan uudelleen aloittaminen jätetään tarkastelujen ulkopuolelle. Kaksitasoisen kunnossaviallinen systeemin luotettavuus saadaan todennäköisyytenä, että systeemi ei vioitu ko. aikana. Osittaista toiminta-asteen alenemista merkitsevät viat voidaan jakson 3.1 vaatimusten mukaisesti ottaa toiminta-asteeltaan monitasoisten systeemien tapauksessa huomioon määrittelemällä yleistetty luotettavuuskäsite, *toiminta-asteen  $c$  luotettavuus*  $R_0(c,t)$ :

(25)  $R_0(c,t) = P\{\text{systeemi toimii koko välin } [0,t] \text{ vähintään toiminta-asteella } c\}$ .

Määritelmän (3) puitteisiin  $R_0(c,t)$  saadaan sopimaan, kun valitaan funktionaali  $\Phi_6$  seuraavasti:

$$(26) \Phi_6[\hat{X}] = \begin{cases} 0, & \text{jos on olemassa } 0 \leq u \leq t \text{ siten, että} \\ & \hat{x}(u) \in \bigcup_i S^i \\ & c_i < c \\ & i \\ 1, & \text{muulloin.} \end{cases}$$

Tällöinhän on

$$(27) E\{\Phi_6[\hat{X}]\} = P\{\Phi_6[\hat{X}] = 1\} \\ = P\{X(v) \in \bigcup_i S^i, 0 \leq v \leq t\} \\ c_i \geq c \\ i \\ = P\{\text{systeemin toiminta-aste on vähintään } c \text{ koko välin } [0,t]\} \\ = R_0(c, t).$$

Tunnusluvun  $R_0(c,t)$  määrittämiseksi suoraan tilatodennäköisyyksien perusteella on systeemin tilat määriteltävä osittain uudelleen. Ne tilat, joita

vastaava systeemin toiminta-aste on vähintään  $c$ :n suuruinen, säilyvät ennallaan. Samoin näiden tilojen luokittelu osajoukkoihin  $S^i$ . Sen sijaan ne tilat, joissa systeemin toiminta-aste on  $c$ :tä pienempi, määritellään absorboiviksi tiloiksi (absorboivaan tilaan jouduttuaan systeemi ei enää pääse siitä pois). Merkitään näiden absorboivien tilojen joukkoa  $S_c$ :lla, jolloin siis on

$$(28) S_c = S^0 U S^1 U \cdots U S^r,$$

missä indeksi  $r$  määräytyy ehdosta

$$(29) c_r < c, \text{ mutta } c_{r+1} \geq c.$$

Tunnusluku  $R_0(c, t)$  saadaan tämän jälkeen tilatodennäköisyyksien summana

$$(30) R_0(c, t) = \sum_{i=r+1}^K \sum_{j=1}^{n_i} P_{s_j^i}(t) = 1 - \sum_{i=0}^r \sum_{j=1}^{n_i} P_{s_j^i}(t).$$

Yhtälössä (30) tilat  $s_j^i$  ovat edellä uudelleen määriteltyjä tiloja. Siten on esimerkiksi  $s_j^i \in S_c$  aina, kun  $i=0, 1, \dots, r$  ja  $j=1, 2, \dots, n_i$ .

Toiminta-asteen  $c$  luotettavuus  $R_0(c, t)$  on selvästi tavallisen luotettavuuden  $R(t)$  yleistys, ja  $R(t)$  saadaankin kaksitasoisen kunnossa-viallinen systeemin kyseessä ollessa  $R_0(c, t)$ :n erikoistapauksena valitsemalla  $c=C$  (kapasiteetti). Tunnusluku  $R_0(c, t)$  on saatu yleistämällä tunnuslukua  $R(t)$  vastaavalla tavalla kuin  $A_0(c, t)$  saatiin  $A(t)$ :n yleistykseenä. Sen sijaan käytettävyyden yleistystä keskimääräisen toimintasuhteen käytettävyys  $A_0(t)$  vastaava yleistetty luotettavuuskäsite ei ole sisällöllisesti mielekäs eikä sitä näin ollen tässä esitetä.

### 3.2.4. Toiminta-ajan odotusarvo toiminta-asteella $c$

Tapauksessa, jolloin systeemin toiminnassa on tärkeintä sen mahdollisimman pitkä yhtäjaksoinen kesto, toimintavarmuuden tunnusluvuksi on kunnossa-viallinen systeemin tapauksessa usein mielekkäintä valita häiriöttömän toiminta-ajan odotusarvo  $T_0$ . Tämän tunnusluvun yleistykseenä otetaan toiminnallisesti monitasoisen systeemin tapauksessa käyttöön tunnusluku *toiminta-ajan odotusarvo toiminta-asteella  $c$ ,  $T_0(c)$* , joka määritellään seuraavasti:

$$(31) T_0(c) = \text{odotusarvo ajalle, jonka systeemi yhtäjaksoisesti toimii vähintään } c:n \text{ suuruisella toiminta-asteella.}$$

Yleiseen toimintavarmuuskäsitteeseen  $T_0(c)$  saadaan liitettyä, kun valitaan (3):ssa funktionaali  $\Phi_7$  seuraavasti



$$(32) \Phi_7[\hat{x}] = \tau_c,$$

missä  $\tau_c$  saadaan ehdosta

$$(33) \hat{x}(\tau_c) \in S_c; \hat{x}(t) \notin S_c, \text{ kun } 0 \leq t < \tau_c.$$

Funktionaali  $\Phi_7$  siis ilmoittaa sen ajankohdan, jolloin systeemin toiminta-aste ensimmäisen kerran laskee alle  $c$ :n. Siten on selvästikin

$$(34) E\{\Phi_7[\hat{X}]\} = E\{\tau_c\} = T_0(c).$$

Häiriöttömän toiminta-ajan odotusarvo  $T_0$  voidaan käytännössä usein määrittää helpoimmin luotettavuuden  $R(t)$  avulla:<sup>20</sup>

$$(35) T_0 = \int_0^{\infty} R(t) dt.$$

Vastaavalla tavalla saadaan  $T_0(c)$   $R_0(c,t)$ :n lausekkeesta integroimalla:

$$(36) T_0(c) = \int_0^{\infty} R_0(c,t) dt.$$

Toimintavarmuuskäsitteen laajentaminen kattamaan myös useita mahdollisia toiminta-asteen tasoja käsittävät systeemit on edellä suoritettu täsmällisesti toimintavarmuuden kolmen kvantitatiivisen tunnusluvun, käytettävyyden, luotettavuuden ja häiriöttömän toiminta-ajan odotusarvon osalta. Näiden esimerkkien sekä muun esitetyn selvityksen perusteella on vastaava yleistys helposti suoritettavissa toimintavarmuuden minkä tahansa muun tunnusluvun yhteydessä. Esitettyjen periaatteiden noudattaminen takaa sen, että yleistyksessä säilyy luonteva yhteys niin empiirisen tulkinnan kuin luotettavuusteoreettisen traditionkin suhteen.

---

<sup>20</sup> von Alven, ss. 235—236

## LÄHDELUETTELO

- von Alven, W.H.* (ed.) Reliability Engineering, Englewood Cliffs (N.J.), 1964
- Barlow, R.E., Proschan, F.:* Mathematical Theory of Reliability, New York (N.Y.), 1965
- Das, P.:* Point-wise Availability of an Electronic System with Reduced Efficiency Class of Components, Microelectronics and Reliability, Vol. 10, No. 2, pp. 61—66, 1971
- Garg, R.C.:* Dependability of a Complex System Having Two Types of Components, IEEE Transactions on Reliability, Vol. R-12, No. 3, pp. 11—16, 1963
- Gnedenko, B.V., Belyayev, Y.K., Solovveyev, A.D.:* Mathematical Methods of Reliability Theory New York (N.Y.), 1969
- Govil, A.K. (I):* Dependability of a Complex System with General Repair Distribution under Preemptive Priority Resume, Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik, Band 50, No.8, ss. 499—500, 1970
- Govil, A.K. (II):* Complex System Point-wise Availability with Priority Repair, Computing, Vol.7, pp. 275—280, 1971
- Govil, A.K. (III):* Priority Effect on Pointwise Availability of the System, Revue Francaise d'Automatique, Informatique et Recherche Operationelle, Vol. 6, No. V-1, pp. 47—56, 1972
- Govil, A.K., Kumar, S.:* Stochastic Behaviour of a Complex System under priority Repair, Computing, Vol.6, pp. 200—213, 1970
- Honko, J.:* Liiketaloustiede, Espoo 1974
- Kulshrestha, D.K.:* Operational Behavior of a Complex System, Unternehmensforschung, Band 12, Heft 4, ss. 232—241, 1968
- Lloyd, D.K., Lipow, M.:* Reliability: Management, Methods and Mathematics, Englewood Cliffs (N.J.), 1962
- Pieruschka, E.:* Principles of Reliability, Englewood Cliffs (N.J.), 1963
- Polovko, A.M.:* Fundamentals of Reliability Theory, New York (N.Y.), 1968
- Rau, J.G.:* Optimization and Probability in Systems Engineering, New York (N.Y.), 1970
- Srivastava, S.S., Garg, R.C., Govil, A.K. (I):* Stochastic Behaviour of an Intermittently Working System with Stand-by Redundancy, Microelectronics and Reliability, Vol. 10, No.3, pp. 159—167, 1971
- Srivastava, S.S., Garg, R.C., Govil, A.K. (II):* Behaviour of a Complex System with Standby Redundancy under Different Repair Echelons, Microelectronics and Reliability, Vol. 10, No.5, pp. 375—380, 1971
- Varma, G.K.:* Stochastic Behavior of a Complex System with Standby Redundancy, Microelectronics and Reliability, Vol.11, No.4, pp. 377—390, 1973

ILKKA VIRTANEN

Lic. Sc.

## On the concept and characteristics of the reliability of a production system

### Summary

The paper deals with the concept and characteristics of the reliability of a system, especially in such a case when the system has several different levels of activity: instead of making the system completely inoperable the failure of a component or subsystem may only reduce the efficiency of the system. The traditional concept of reliability is shown to be too narrow in extent in order to cover these systems with many levels of activity.

In order to eliminate this deficiency, a new definition with an extension in contents is given for the concept of reliability. This conceptual extension is done in such a way that

- in the case of a system with many levels of activity, the new comprehensive concept of reliability has an analogous empirical interpretation to the concept of traditional reliability of an ordinary "operable or inoperable" system
- for a two level "operable or inoperable" system, the new concept of reliability coincides with the traditional concept of reliability
- the new concept stays within the limits of the general mathematical definition of reliability.

The quantitative definition of the comprehensive concept of reliability is specified in the form of the following quantitative characteristics:

*Availability with the level  $c$  of activity*,  $A_0(c,t)$ , is the probability

$A_0(c,t) = \text{Prob} \{ \text{The level of activity of the system at time } t \text{ is not less than } c \}.$

*Availability of the mean proportion of activity*,  $A_0(t)$ , is the expected value for the proportion of activity of the system at time  $t$ .

*Reliability with the level  $c$  of activity*,  $R_0(c,t)$ , is the probability

$R_0(c,t) = \text{Prob} \{ \text{The level of activity of the system does not become less than } c \text{ during the time interval from } 0 \text{ to } t \}.$

*Mean time to system failure below the level  $c$  of activity*,  $T_0(c)$ , is the mean of that time period after which the level of activity of the system for the first time becomes less than  $c$ .

Further, expressions for calculating the new characteristics of reliability straight on the basis of the state probabilities of the system are derived in the paper. Also some remarks on empirical interpretation and statistical estimation of these characteristics are given.