



VAASAN YLIOPISTO

Professori Ilkka Virtanen

Paljonko on kaksi plus kaksi?

Kokemuksia ja näkemyksiä matematiikan opetuksesta
kuudelta vuosikymmeneltä

Jäähyväisluento Snellmanin päivänä 12.5.2008

<http://www.uwasa.fi/~itv/publicat/lopuksi.ppt>



Motto: Viisauden perusasia

Kuninkaallisen Turun Akatemian vihkimisjuhlan (v. 1640) professorijäsen **Michael Wexionius Gyldenstolpe** väitöskirjassaan **De Prudentia** (Viisaudesta) v. 1642

Viisauden perusasia on,
että valitaan hyvä ja vältetään paha.
Jotta saisimme tämän viisauden,
tarvitsemme kolminkertaisen silmän:
Muistin, jolla tarkastellaan **mennyttä**,
ymmärryksen, jolla tarkastellaan **nykyhetkeä**
ja huolenpidon, jolla tarkastellaan **tulevaa**.



Korpifilosofi **Konsta Pylkkänen** teoksessa **Veikko Huovinen: Havukka-ahon ajattelija**

Tavallaan maapallossa on liiaksi viisautta, epäili Konsta luodollaan. — Sitä ei jakseta kaikkea käyttää, vaan turvottaa se nupopäät mustansinisiksi...

Viisausopin lajit on: **kaukoviisaus**, jota on minulla hyvin paljon. Mitä se on? Se on sitä, että asiat harkitaan etukäteen ja kuvitellaan tapaus sikseenkin elävästi, että kun se kerran tapahtuu, on reitit selvät. Tätä lajia on harvalle suotu. Jolla sitä on, niin pitäkööt hyvänään! Mutta tässä lajissa on kaksi pahaa vikaa; asia jää huvikseen tapahtumatta tai se sattuu eri tavalla. Joka arvaa ottaa nämäkin huomioon, sille on maailmanranta kevyt kiertää...

Sitten on **teoreettinen viisaus**, jota on sanomalehdissä ja vaikka missä. Siinä asia kuvitellaan yksipiippuiseksi haulikoksi, jossa on lukko epäkunnossa ja panos voi tulla ampujan silmille... Teoreettinen viisaus on kaukoviisauden veljenpoika, mutta linssi on vaivaisempi...

Käytännön viisaus on sitä, kun vanha kalttopääkettu juosta hipsuttelee rämeellä ja astuu omiin jälkiinsä. Mutta polulla voi olla ketunrauta... Vaan jos on lisäksi hyvä vainu, niin varmasti pärjää, paitsi jänis, joka menee mielellään lankaan, jos se on etevästi laitettu, vaan ei töherön käsialaa.

Kaikista paras ja imelin viisauven laji on **jälkiviisaus**, sillä alalla saahaan eniten aikaan. Siinä on tapaus mennyttä aikakautta, mutta se kuvitellaan esiintulevaksi ja sakilla setvitään, miten olisi paras käyttäytyä. Tässä lajissa on ihminen viisaimmillaan...



Paljonko on kaksi plus kaksi?

- Peruskoululainen
 - $2 + 2 = 4$
- Lukuteorian tutkija
 - Binäärijärjestelmässä $2 (=10) + 2 (=10) = 100$
 - Kvadraalijärjestelmässä $2 + 2 = 10$
- Tilastotieteilijä
 - $2 + 2 =$ noin 4 (esim. 2,5 – 5,5; yhteenlaskettavat estimaatteja)
- Liiketaloustieteilijä (laskentatoimi)
 - ”Paljonko haluat sen olevan?”



Peruskoulun matematiikan opetuksen kehitys 1900-luvun jälkipuoliskolla

- 1950-luku: Vanha hyvä aika (omat kouluvuoteni)
- 1960-luku: Suuret ikäluokat (omat opiskeluvuoteni)
- 1970-luku: Uusi matematiikka (jatko-opiskelijana ja yliopisto-opettajana)
- 1980-luku: Ryhmätöiden aika (professorina: opettajana, tutkijana, hallintomiehenä)
- 1990-luku: Ekologia ja kansalaistoiminta (kuten edellä)
- 2000-luku: Internet- ja pörssiaikakausi (professorina: tutkijana, hallintomiehenä, asiantuntijana)



1950-luku (vanha hyvä aika)

Maanviljelijä myy kuorman tukkeja 250 eurolla. Hänen tuotantokustannuksensa ovat $4/5$ myyntihinnasta.

Suuriko on maanviljelijän saama voitto?



1960-luku (suuret ikäluokat)

Maanviljelijä myy kuorman tukkeja 250 eurolla. Hänen tuotantokustannuksensa ovat $\frac{4}{5}$ myyntihinnasta eli 200 euroa.

Suuriko on maanviljelijän saama voitto?



1970-luku (uusi matematiikka)

Maanviljelijä vaihtaa joukon L tukkeja joukkoon M rahaa. Joukossa M on 250 alkiota, kukin niistä arvoltaan 1 €. Piirrä 250 pistettä kuvaamaan joukkoa M . Joukko C eli tuotantokustannukset käsittää 50 pistettä vähemmän kuin joukko M . Erotta joukko C joukon M osajoukoksi, samoin joukon C komplementtjoukko M :n osajoukoksi P .

Montako alkiota tässä maanviljelijän saamaa voittoa kuvaavassa joukossa P on?



1980-luku (ryhmätöiden aika)

Maanviljelijä myy kuorman tukkeja 250 eurolla. Hänen tuotantokustannuksensa ovat 200 euroa ja voittonsa 50 euroa.

Tutkikaa ryhmässänne ongelmaa.

Alleviivatkaa voittoa ilmoittava luku 50.



1990-luku (ekologia, kansalaistoiminta ja -tottelemattomuus)

Maanviljelijä ansaitsee 50 euroa puhdasta voittoa myymällä tukkeja omasta metsästä kaatamistaan puista.

Mitä mieltä olet tällaisesta tavasta hankkia rahaa kaatamalla suuren määrän kauniita luonnonpuita?

Ryhmätyö: miltä metsän linnuista ja oravista nyt tuntuu?



2000-luku (Internet- ja pörssi-aikakausi)

Televisiosta olet nähnyt ja kuullut ja isäpuolesi on kertonut kuulleensa työpaikansa kahvitunnilla, että metsäyhtiöiden tuotto-odotukset ovat hyvät.

Etsi netistä pörssissä olevia metsäyhtiöitä. Selvitä myös, paljonko yhtiöiden osakkeet maksavat.

Ryhmätyö: muodostakaa erilaisia osakesalkkuja metsäyhtiöiden osakkeista ja tarkkailkaa niiden arvon kehitystä!



Lyhyt prosenttilaskun oppitunti

- Prosentti (%)
 - per cent, pro centum, por ciento
- Prosentti on suomeksi sadasosa (1/100)
 - Markkaa sadalta (koroissa vanhastaan)

1 0 0
 ↓ ↓ ↓
 0 / 0



Matematiikka ja yhteiskunnan eri tehtäväalueet

- Matematiikka, fysiikka ja kemia tieteinä ja yliopistollisina oppialoina sekä näihin suoraan liittyvät työtehtävät
 - Puhtaasti matematiikan ja luonnontieteiden kannalta riittävä määrä lahjakkaita ja motivoituneita opiskelijoita löytyy joka tapauksessa, ja yliopisto-opetuksen taso on lopulta ratkaiseva alan kehityksen kannalta.
- Tekniikka, lääketiede, taloustieteen eräät alat jne.
 - Vahva matemaattisluonnontieteellinen perussivistys on näillä aloilla menestymisen edellytys. Koulusta periytyvät puutteet voidaan korkeakoulutasolla jossain määrin vielä korjata. Kokonaisuuden kannalta menettely on kuitenkin tehotonta ja kallista.
- Alat, joiden opiskelussa ei enää juurikaan kohdata matematiikkaa (humanistiset tieteet, monet yhteiskuntatieteiden osa-alueet)
 - Kouluopetuksen ja -oppimisen puutteet jäävät pysyviksi, joten vahingot ovat pitkällä aikavälillä tässä ryhmässä suuret matematiikan vähäisemmästä tarpeesta huolimatta.



Ajatuksia matematiikan kouluopetuksen tehostamisesta

- Motto: työn lopputulos voi olla moitteeton vain silloin, kun kaikki edeltävät työvaiheet on tehty huolellisesti ja tarkoituksenmukaisesti
- **Markku Halmetoja**, Mäntän lukion matematiikan lehtori: ”Pisa-tutkimukset osoittavat suomalaisnuorten olevan maailman parhaita arkipäivän matematiikassa. Kuitenkin heitä joudutaan päästämään pitkän matematiikan ylioppilaskokeessa läpi jopa kuudella (6/60) pisteellä, teekkareina heille on järjestettävä matematiikan tukiopetusta ja ammattikorkeakoulujen insinööriopiskelijoina osa heistä ei ymmärrä edes peruslaskutoimituksia. Miksi näin?” (HS 3.2.2008).
- MH:n vastaus pähkinänkuoressa: ”Asiat, joiden opiskeluun oppikouluun valitut saivat käyttää 5,5 vuotta, on ahdettu lukion pitkän matematiikan 2,5 vuoteen. Lisäksi pitkän matematiikan valinneiden on opiskeltava todennäköisyyslaskennan, vektoriopin, numeerisen analyysin, lukuteorian ja logiikan alkeet. Lahjakkaat ja asiaa harrastavat selviävät, tavalliset opiskelijat eivät.”



Ajatuksia matematiikan kouluopetuksen tehostamisesta (2)

- Peruskoulun alimmat luokat (ala-aste)
 - Kolmannesta luokasta lähtien matematiikkaan aineenopettaja kielten opetuksen tapaan
- Peruskoulun ylimmät luokat (yläaste)
 - Oppilaat jaettava laajuudeltaan ja sisällöltään kahteen eri ryhmään (kahteen eri oppiaineeseen) lukion tapaan: lukioon ja edelleen matematiikkaa edellyttäville aloille tähtääville ”matematiikkaa” ja käytännönläheistä arkipäivän laskutaitoa tarvitseville ”laskentoa”
- Lukio
 - Peruskoulutason korjausten jälkeen lukiossa voidaan lähteä suoraan etenevään opetukseen nykyisen kertaavan sijasta
 - Aineksen voimakasta karsintaa, syventämistä laajuuden tilalle
 - Perusasioiden hallinta kuntoon
 - Esimerkkejä matematiikan soveltamismahdollisuuksista eri aloille (lyhyessä matematiikassa onnistuttu pitkää paremmin)

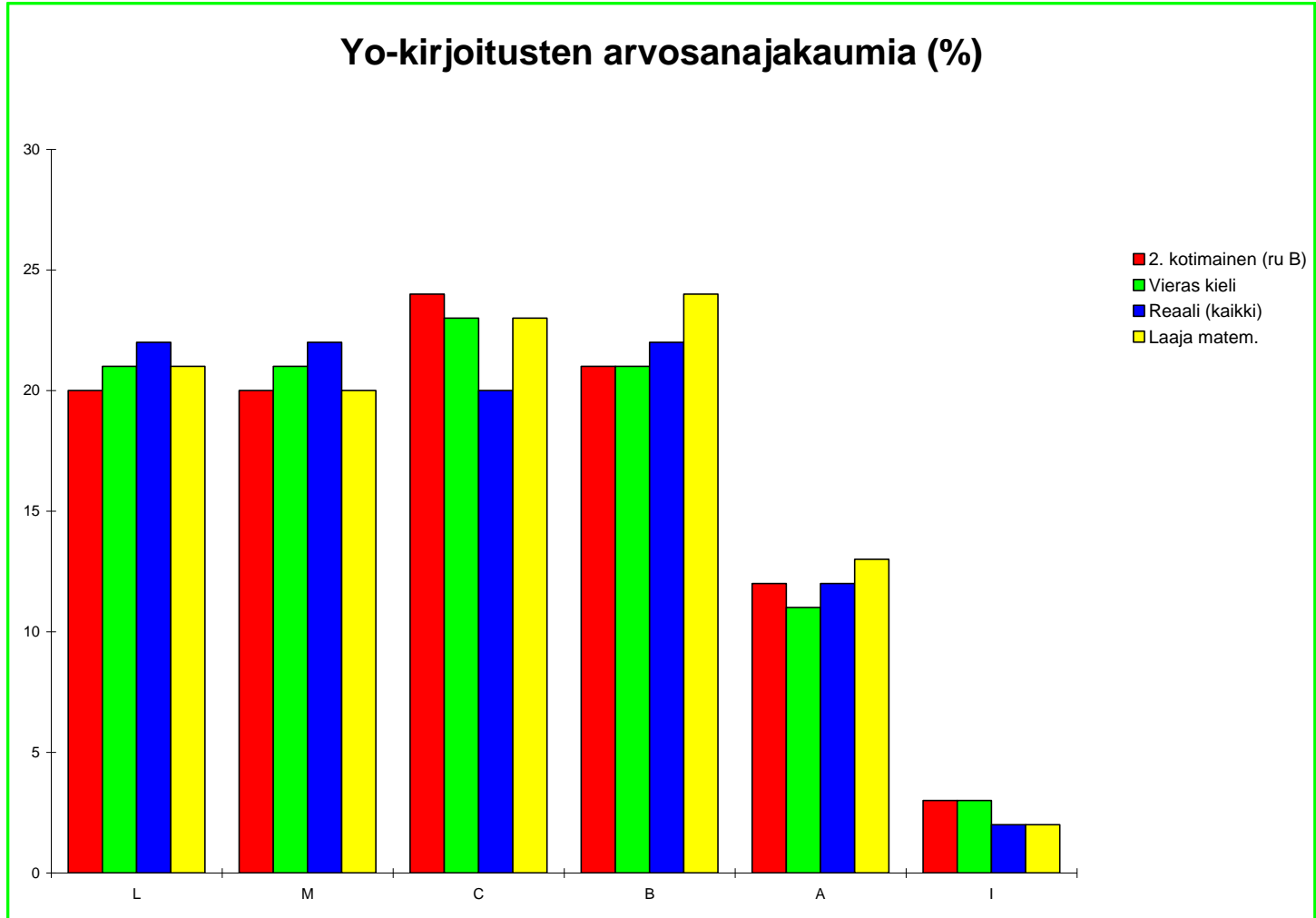


Ylioppilaskirjoitusten rakenteelliset uudistukset

- Uudistukset matemaattis-luonnontieteellisten aineiden näkökulmasta positiivisia
 - Neljästä pakollisesta kokeesta neljän valintaan viidestä (äidinkieli aina yksi): matematiikka tasavertaisempaan asemaan muiden kanssa
 - Ainereaali: fysiikan ja kemian mahdollista lisätä suosiotaan (kouluopetukseen palautettava näiden aineiden kokeellista luonnetta ilmentävät demonstraatiot ja omakohtaiset laboratorio-työt)
- Suhteellisen arvostelun kaavamaisen toteuttamisen aiheuttamat vääristymät saatava vielä korjatuiksi

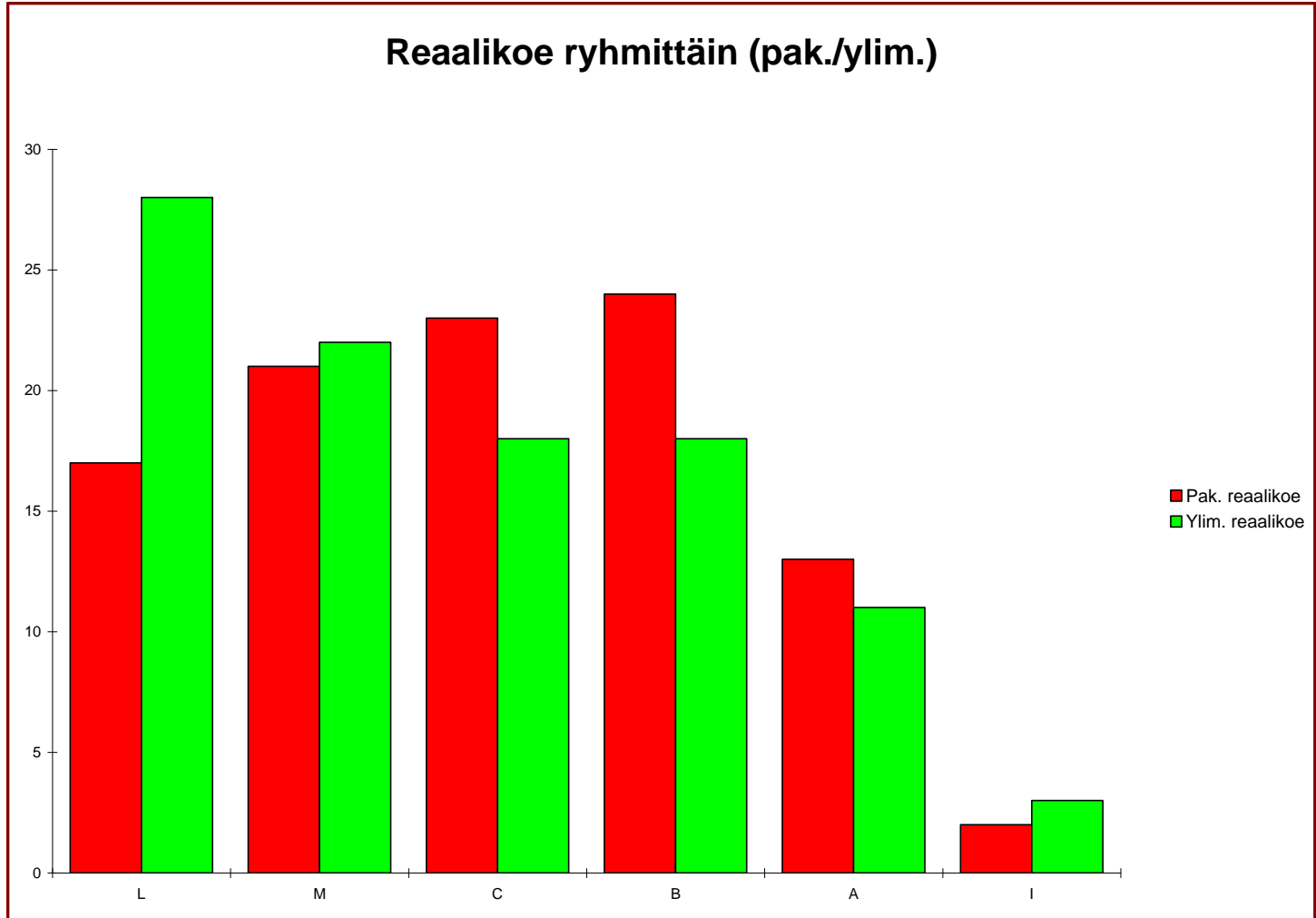


Ylioppilaskirjoitusten arvosana- jakaumia, kevät 1994





Ylioppilaskirjoitusten arvosana- jakaumia, kevät 1994





Ylioppilaskirjoitusten arvosana- jakaumia, kevät 1994

