

1. Television Aarrearkku-kilpailussa kisan järjestäjällä on kolme identtistä arkkua, joista kaksi on tyhjää ja yhteen on sijoitettu arvokas palkinto. Vain järjestäjä tietää, missä arkussa palkinto on. Kilpailun osanottajalle kuvataan tämä lähtötilanne. Samoin hänelle kerrotaan kilpailussa edessä olevat vaiheet. Nämä ovat:
  - i. Kilpailija valitsee yhden arkuista itselleen. Arkkua ei vielä avata, joten sen sisältö jää kilpailijalle toistaiseksi tuntemattomaksi.
  - ii. Järjestäjä avaa toisen valitsematta jääneistä arkuista. Hän avaa tarkoituksella tyhjän arkun ja näyttää tuloksen osanottajalle (järjestäjä voi näin tehdä, koska hän tuntee arkkujen sisällön).
  - iii. Kaksi arkkua on edelleen suljettuina. Kilpailija voi nyt pitäytyä alkuperäisessä valinnassaan tai vaihtaa toiseen arkuun. Kilpailijan lopullisen valinnan kohteena oleva arku avataan ja kilpailijan saama palkinto määräytyy arkun sisällön perusteella.Kumpi on kilpailijan kannalta edullisempaa, pitäytyä alkuperäisessä valinnassa vai vaihtaa valintaa lopussa?
  
2. Maanviljelijä harkitsee tulevan satokauden viljelyohjelmaansa kahden vaihtoehdoisen lajikkeen, maissin ja soijapavun kesken. Tähän asti maanviljelijä on viljellyt vuosittain tuotanto-ohjelmaa vaihdellen useita eri vilja- ym. lajeja, jatkossa hänen tarkoituksensa on keskittyä yhteen lajikkeeseen, jompaankumpaan edellä mainituista. Kokemus on osoittanut, että näiden kahden tuotteen hinnat liikkuvat suhdanteiden mukana samaan suuntaan, mutta muutosten suuruudet vaihtelevat. Hintakehitys on joko nouseva, ennallaan pysyvä tai laskeva. Todennäköisyydet näille eri hintakehityksille ovat 0.25, 0.30 ja 0.45. Jos hintakehitys on nouseva, keskittyminen maissiin tuottaa 30000 € nykyistä tuottoa suuremman tuoton. Soijapapua viljelemällä tuotto nousee vain 10000 €:lla. Jos hinnat säilyvät ennallaan, sekä maissiin että soijapapuun keskittyminen johtaa nykyisen suuruiseen tuottoon. Laskevien hintojen tapauksessa maissin viljely johtaa 35000 € menetykseen (nykytuottoon verrattuna) ja soijapavun viljely 5000 € menetykseen. Maanviljelijän on mahdollista myös luopua viljelystä ja vuokrata tiluksensa laidunmaaksi. Hän on saanut tarjouksen nykytuottoa 1000 € suuremmasta vuokrasummasta viljelytuotteiden hintakehityksestä riippumatta.
  - a) Minkä toimintamuodon maanviljelijä valitsee vastaisuudessa? Hän perustaa päätöksensä odotettavissa olevan tuoton maksimointiin.
  - b) Suuriko on hinta, jonka maanviljelijä ”joutuu maksamaan” tulevaan hintakehitykseen liittyvästä epävarmuudesta, ts. paljonko maanviljelijän odotettavissa oleva tuotto nousisi, jos hänellä olisi etukäteen tiedossaan tulevan kauden hintakehitys?
  
3. Kahdella päätöksentekijällä A ja B on samanlainen suhtautuminen riskiin. Molemmat ovat riskinkarttasia hyötyfunktion

$$\pi(x) = 1 - e^{-x}$$

mukaisesti (huomaa, että funktiolla  $\pi(x)$  on indifferenssifunktion ominaisuudet arvoalueella  $x \geq 0$ ).

Päätöksentekijällä A on hallussaan satunnaishyödyke, jonka arvo realisoitaessa on joko 0 tai 1 rahayksikköä. Arvot 0 ja 1 ovat keskenään yhtä todennäköisiä. Päätöksentekijällä B puolestaan on käytössään 1 rahayksikkö rahaa.

A ja B käyvät satunnaishyödykkeestä kauppaa. A määrittää (alimman mahdollisen) myyntihintansa siten, että hänen kokemansa hyöty satunnaishyödykkeestä sitä realisoitaessa muodostuu yhtä suureksi kuin hänen myyntihinnasta saamansa hyöty; A on siis tällöin indifferentti myynti- ja pito+realisointi -vaihtoehtojen välillä. B:n (korkein mahdollinen) ostohinta taas määräytyy ehdosta, että hän on indifferentti osto+realisointi -vaihtoehdon ja ostamatta jättämisen välillä.

Osoita, että näillä edellytyksillä kauppa syntyy, ts. A:n pyytämä hinta ja B:n tarjoama hinta muodostuvat samoiksi. Suuriko tämä kauppahinta on?

4. Tarkastellaan normaalimuodossa annettua päätöksentekotilannetta, missä on kaksi eri maailmantilaa ( $\theta_1$  ja  $\theta_2$ ) sekä päätöksentekijän viisi eri toimintastrategiaa ( $a_1 - a_5$ ). Strategioiden ehdolliset arvot eri maailmantilavaihtoehdoille ( $V(a_j | \theta_i)$ ,  $i = 1, 2$ ;  $j = 1, \dots, 5$ ) ovat alla olevan taulukon mukaiset:

$V(a_j   \theta_i)$	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$
$\theta_1$	70	90	20	30	40
$\theta_2$	-40	-30	70	90	50

- a) Etsi ja poista luettelosta dominoidut strategiat. Huomaa sekä yhden strategian puhtaasti dominoimat strategiat että kahden puhtaan strategian muodostaman sekastrategian dominoimat strategiat.
- b) Piirrä kaikki strategiat  $v_1 v_2$  -koordinaatistoon, missä  $v_1$  kuvaa strategioiden ehdollisia arvoja maailmantilassa  $\theta_1$  ja  $v_2$  maailmantilassa  $\theta_2$  vastaavasti. Merkitse kuvioon edellä löydetyt dominoidut strategiat ja Pareto-optimaalisten strategioiden muodostama tehokas pinta.
- c) Mikä on päätösongelman optimiratkaisu, kun maailmantilojen todennäköisyydet ovat  $P(\theta_1) = 0.40$  ja  $P(\theta_2) = 0.60$ ?
5. **Ylimääräinen bonustehtävä.** Tenttisuoritus arvioidaan neljän ensimmäisen tehtävän perusteella (maksimipisteet  $4 \times 6 = 24$  pistettä, hyväksymisraja 10 pistettä). Tästä tehtävästä on mahdollista saada 3 ylimääräistä pistettä lisättäväksi varsinaisten tehtävien kokonaispistemäärään.

Etsi tehtävän 4 päätösongelman optimiratkaisu eri maailmantilodennäköisyyksien arvoilla, ts. kuvaa, miten ratkaisu muuttuu, kun  $p = P(\theta_1)$  muuttuu  $0 \rightarrow 1$ . Missä rajoissa optimiratkaisun arvo tällöin vaihtelee?