

1. Kallisarvoisen laitteen valmistusprosessi tuottaa 97-prosenttisesti virheetöntä laatua. Virheellisen tuotteen havaitseminen on vaativa tehtävä kahdestakin eri syystä: 1° virhe on päältäpäin vaikeasti havaittavissa ja 2° virheen esiintyminen on harvinaista, jolloin manuaalisen tarkastajan valppaus helposti turtuu. Röntgenmittaukseen perustuva automaattinen laadunvalvontajärjestelmä pystyy kuitenkin 99 %:n varmuudella tunnistamaan viallisen laitteen. Röntgenlaitteen paljastamat vialliset tuoteyksilöt palautetaan valmistusosastolle, jossa laite puretaan ja vika korjataan. Röntgenlaitteella havaitsematta jääneet vialliset tuotteet pääsevät markkinoille. Tämän lisäksi röntgenlaitteen käyttöön liittyy toinenkin virhetoiminto: se luokittelee 2 % virheettömistä tuotteista virheellisiksi, jolloin siis myös ne palautetaan (aiheettomasti) valmistusosastolle ja puretaan.
- Kuinka suuri osa markkinoille päässeistä, laadunvalvonnan läpäisseistä tuotteista on todellisuudessa viallisia?
 - Kuinka suuri osa kaikista valmistetuista tuotteista palautetaan röntgenmittauksen jälkeen valmistusosastolle tarkempaan tutkimukseen?
 - Kuinka suuri osa näistä valmistusosastolle palautetuista tuotteista on todella viallisia?
2. Maanviljelijällä on käytössään peltoala, jolle hän aikoo tulevalle viljelykaudella kylvää yhtä kolmesta viljalajikkeesta. Viljelykauden sato ja siitä saatava tuotto riippuvat ratkaisevasti tulevan viljelykauden säästä, erityisesti sateiden määrästä. Eri lajikkeet reagoivat sateeseen eri tavalla. Maanviljelijä arvioi eri viljalajikkeista saatavan tuoton riippuvan sademäärästä seuraavan taulukon mukaisesti:

Arvioitu tuotto (€)			
Sademäärä	Lajike A	Lajike B	Lajike C
Runsas	7000	2500	4000
Normaali	3500	3500	4000
Vähäinen	1000	4000	3000

Aikaisempien vuosien sadetilastojen ja subjektiivisten havaintojensa perusteella maanviljelijä arvioi tulevan satokauden sadeolosuhteet seuraavasti: sademäärä tulee olemaan runsas, normaali tai vähäinen todennäköisyyksillä 0.2, 0.3 ja 0.5.

- Esitä maanviljelijän päätöstilanne (mitä lajiketta hänen tulisi viljellä) päätöspuuna ja ratkaise se (mitä lajiketta maanviljelijän tulisi viljellä ja mikä on odotettavissa oleva maksimi-

tuotto). Päätöksentekijä on riskineutraali eli perustaa päätöksensä odotettavissa olevan tuoton odotusarvoihin.

Meteorologinen tutkimuslaitos Säätieto, joka on erikoistunut pitkän aikavälin tietokonepohjaisiin sääennustuksiin, tarjoaa palvelujaan sääennustuksen laatimiseksi sille alueelle, jossa maanviljelijän peltoalue sijaitsee. Ennustustarkkuuttaan Säätieto kuvaa seuraavalla taulukolla

Todellinen sademäärä	Ennustettu sademäärä		
	Runsas	Normaali	Vähäinen
Runsas	0.70	0.25	0.05
Normaali	0.30	0.60	0.10
Vähäinen	0.10	0.20	0.70

Taulukon mukaan esimerkiksi normaalisateisena vuotena Säätieto lupaa oikean ennusteen 60 %:n todennäköisyydellä, todennäköisyydellä 0.30 ennustetaan virheellisesti runsaita sateita ja todennäköisyydellä 0.10 vähäisiä sateita.

- b) Säätieton tietokone-ennusteen hinta on 500 €. Analysoi, edelleen päätöspuutekniikkaa hyväksi käyttäen, kannattaako maanviljelijän hankkia käyttöönsä tuo ennuste. Selvitä myös (olipa ennuste hintansa arvoinen tai), mikä on maanviljelijän ennustetuloksesta saama toimintaohje sen eri tulemavaihtoehdoilla.

3. Päätöksentekijä on hyvin selvästi riskinkarttaja. Hänen hyötyfunktionsa on estimoitu noudattavan eksponentiaalista lakia seuraavasti (rahayksikkönä €):

$$\pi(x) = 1 - e^{-0.0002(x + 3000)}$$

Päätöksentekijän on määritettävä riskitön vaihtoarvonsa satunnaishyödykkeelle, jonka tulemavaihtoehdot ja niiden todennäköisyydet tunnetaan seuraavasti:

Maailmantila	Tulos (€)	Todennäköisyys
θ_1	-2 000	0.3
θ_2	2 000	0.5
θ_3	7 000	0.2

- a) Suuriko on päätöksentekijän riskitön vaihtoarvo (RVA eli CME) ko. hyödykkeelle?
 b) Vertaa tulosta riskineutraalin päätöksentekijän (odotusarvoilijan) suorittamaan satunnaishyödykkeen arviointiin ja määritä tämän perusteella ko. satunnaishyödykkeeseen liittyvän riskipremion suuruus esimerkin riskinkarttajalle.

4. Tarkastellaan normaalimuodossa (strategiamatriisina) esitettyä päätöksenteko-ongelmaa, missä on kaksi eri maailmantilaa (θ_1 ja θ_2) sekä viisi päätöksentekijän strategiavaihtoehtoa ($\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \sigma_4$ ja σ_5). Strategioiden ehdolliset arvot eri maailmantilavaihtoehdoilla, merk. $V(\sigma_j | \theta_i)$, $i = 1, 2$; $j = 1, 2, \dots, 5$, ovat alla olevan taulukon mukaiset:

$V(\sigma_j \theta_i)$	σ_1	σ_2	σ_3	σ_4	σ_5
θ_1	20	40	50	80	100
θ_2	80	100	60	-30	-20

- a) Mitkä taulukon strategioista ovat väistyviä eli dominoituja strategioita, ts. strategioita, joita joko jokin taulukon (puhtaista) strategioista tai puhtaiden strategioiden lineaarisena yhdelmänä muodostettu sekastrategia dominoi? Mitkä strategioista ovat tehokkaita eli Pareto-optimaalisia?
- b) Esitä graafisesti kaikki taulukon strategiat σ_j , $j = 1, 2, \dots, 5$, $v_1 v_2$ -avaruudessa, missä $v_1 = V(\sigma_j | \theta_1)$ ja $v_2 = V(\sigma_j | \theta_2)$. Merkitse kuvioon 1° dominoitua strategiat (ja näihin liittyvät dominoivat strategiat sekä 2° jäljelle jäävät tehokkaat eli Pareto-optimaaliset strategiat.
- c) Kun on annettu $P(\theta_1) = P(\theta_2) = 0.5$, niin mikä on optimistrategia (kriteerinä strategian ehdollisten arvojen odotusarvon maksimointi)?
5. **Ylimääräinen bonus-tehtävä** (neljä ensimmäistä tehtävää muodostavat varsinaisen tentin ja arvona määräytyy ensisijaisesti niiden perusteella; tästä bonus-tehtävästä on kuitenkin mahdollisuus saada 3 ylimääräistä pistettä, jotka lisätään neljän ensimmäisen tehtävän pistesummaan; varsinaisten tehtävien pistearvo on 6 pistettä kunkin). Vapaudutaan oletuksesta $P(\theta_1) = 0.5$. Mitkä eri strategiat voivat olla optimistrategioita, kun parametrin $p = P(\theta_1)$ arvo vaihtelee alueella $0 \leq p \leq 1$. Ilmoita myös p :n arvoalueet, joilla ko. strategiat ovat optimistrategioita.