

1. Piensijoittaja on osakemarkkinoihin liittyvän pitkän laskukauden ja yleisen epävarmuuden johdosta pitkään operoinut pelkästään korko- ja obligaatiomarkkinoilla. Nyt hän on harkitsemassa paluuta myös osakesijoittajaksi. Ennen siirtymistään hän kuitenkin haluaisi riittävän varmuuden sille, että osakemarkkinoilla tapahtuisi käänne suotuisampaan kurssi-kehitykseen.

Sijoittaja on tutustunut alan asiantuntijoiden esittämiin lähiajan markkinanäkymiin ja tulut niistä siihen lopputulokseen, että yleinen arvio suotuisan kehityksen ("bull market") todennäköisyydelle on 0.60 ja laskevan kehityksen ("bear market") todennäköisyydelle 0.40.

Sijoittaja ei lopulta halua kuitenkaan tehdä päätöstään pelkästään tämän yleisen käsityksen perusteella vaan haluaa vahvistuksen markkinanäkymille hyvältä ystävältään, jonka tietää menestyneen hyvin sijoitustoiminnassaan. Ystävä onkin valmis antamaan osakemarkkinoiden yleistä suotuisaa kehitystä tukevan tai laskevasta kehityksestä varoittavan lausunnon oman näkemyksensä mukaisesti. Sijoittajan käsitys ystävän osumatarkkuudesta on sellainen, että bull market tilanteissa tämä on osunut oikeaan (antanut suotuisaa kehitystä tukevan lausunnon) 90 %:ssa tapauksia, mutta bear market tilanteissa hänen arvionsa ovat jakautuneet tasan myönteisen kehitysarvion ja varoittavan lausunnon kesken.

- a) Yllä olevan subjektiivisen, osin historiatietoihin perustuvan informaation perusteella, millainen lausunto ystävältä on odotettavissa? Onko todennäköisempää, että hän arvioi markkinakehityksen suotuisaksi kuin että hän varoittaisi laskevan kehityksen jatkuvan?
- b) Jos ystävä arvioi kurssikehityksen suotuisaksi, miten tämä muuttaa sijoittajan alkupe-  
räistä, yleiseen näkemykseen perustuvaa arviota suotuisan markkinakehityksen toden-  
näköisyydestä? Entä siinä tapauksessa, kun ystävä varoittaa edelleen jatkuvasta lasku-  
kaudesta?
2. Öljy-yhtiössä pohditaan, pitäisikö yhtiön hallussa oleva valtaus myydä heti ( $a_1$ ), pitää vie-  
lä vuosi ja myydä sitten ( $a_2$ ) vai porata itse heti ( $a_3$ ). Valtauksen myymisestä saisi nyt  
USD 12.5 milj. Vuoden kuluttua valtauksesta saisi arvioiden mukaan USD 44.0 milj.,  
mikäli öljyn hinta tällä välillä nousisi "merkittävästi" (merkittävän nousun todennäköisyys  
on 0.10), muussa tapauksessa USD 11.0 milj. Jos taas päätetään porata heti, ovat poraus-  
kustannukset nykyarvoltaan USD 20 milj. ja saatavien öljyn nettotuottojen (porauskustan-  
nukset eivät laskelmassa mukana) nykyarvot valtauksen (ennen porauksen suorittamista  
tuntemattomasta) laadusta riippuen:

Valtauksen laatu	Todennäköisyys	Tuotto (milj. USD)
Kuiva	0.50	0
Lähteinen	0.40	40
Todellinen öljylähde	0.10	150

Tuottojen nykyarvon laskennassa on käytetty (ja käytetään siltä osin kuin on tarvetta) las-  
kentakorkokantana 10 % p.a. Esitä perusteltu suosituksesi öljy-yhtiön menettelyksi valtauksen suhteen.

3. Oletetaan, että öljy-yhtiöllä on tehtävän 2 päätöstilanteessa käytettävissään seisminen mit-  
tauslaite, jolla valtauksen laatua voidaan etukäteen ilman porausta selvittää. Seismisen  
mittauksen tulos on kuitenkin vain suuntaa antava niin, että se paljastaa valtauksen todellisen  
luonteen 60 %:ssa mittauksista ja lopuissa 40 %:ssa tapauksista tulema on jompi-  
kumpi muista vaihtoehdoista näiden virheellisten tulosten ollessa keskenään yhtä yleiset  
(esimerkki: jos valtaus myöhemmässä vaiheessa osoittautuu kuivaksi, seismisen mittauksen  
antama tulos on ”kuiva” todennäköisyydellä 0.60, ”lähteinen” todennäköisyydellä  
0.20 ja ”öljylähde” niin ikään todennäköisyydellä 0.20).
  - a) Suuriko on tämän seismisen mittauksen arvo öljy-yhtiölle, ts. paljonko sen tuotto-  
odotukset kasvavat sen käyttäessä seimistä mittausta päätöksentekonsa apuna?
  - b) Mikäli olisi käytettävissä luotettava tapa valtauksen laadun virheettömäksi selvittämi-  
seksi ennen päätöksentekoa, paljonko sen tuottamasta tiedosta öljy-yhtiön kannattaisi  
maksaa?
4. Kahdella päätöksentekijällä A ja B on samanlainen suhtautuminen riskiin. Molemmat ovat  
riskinkarttajia hyötyn funktion

$$\pi(x) = 1 - e^{-x}$$

mukaisesti (huomaa, että funktiolla  $\pi(x)$  on indifferenssifunktion ominaisuudet arvoalueella  $x \geq 0$ ).

Päätöksentekijällä A on hallussaan satunnaishyödyke, jonka arvo realisoitaessa on joko 0  
tai 1 rahayksikköä. Arvot 0 ja 1 ovat keskenään yhtä todennäköisiä. Päätöksentekijällä B  
puolestaan on käytössään 1 rahayksikkö rahaa.

A ja B käyvät satunnaishyödykkeestä kauppaa. A määrittää (alimman mahdollisen) myyn-  
tihintansa siten, että hänen kokemansa hyöty satunnaishyödykkeestä sitä realisoitaessa  
muodostuu yhtä suureksi kuin hänen myyntihinnasta saamansa hyöty; A on siis tällöin in-  
differentti myynti- ja pito+realisointi -vaihtoehtojen välillä. B:n (korkein mahdollinen) os-  
tohintaa taas määräytyy ehdosta, että hän on indifferentti osto+realisointi -vaihtoehdon ja  
ostamatta jättämisen välillä.

Osoita, että näillä edellytyksillä kauppa syntyy, ts. A:n pyytämä hinta ja B:n tarjoama hin-  
ta muodostuvat samoiksi. Suuriko tämä kauppahinta on?

5. Sijoittaja haluaa investoida 1 milj. € kahdeksi vuodeksi. Sijoitusvaihtoehdot ovat

- a<sub>1</sub>: pankkitalletus kiinteällä korolla (4 %)
- a<sub>2</sub>: tarjotun maa-alueen osto.

Maan arvo kahden vuoden kuluttua riippuu ratkaisevasti siitä, tuleeko suunniteltu tie lä-  
heltä maa-alueelta. Tien linjaus ratkaistaan lopullisesti kahden vuoden kuluessa. Päätös-  
gelman maailmantilat ovat

$\theta_1$ : tietä ei tule (10 %:n arvon lasku)

$\theta_2$ : tie tulee (25 %:n arvon nousu).

Arvioidut tuotot sijoitusmuodon ja maailmantilan funktiona ovat siten seuraavat (verotuksen vaikutus jätetään tarkasteluissa huomiotta):

$$V(a_1|\theta_1) = 81600 \text{ €}$$

$$V(a_1|\theta_2) = 81600 \text{ €}$$

$$V(a_2|\theta_1) = -100000 \text{ €}$$

$$V(a_2|\theta_2) = 250000 \text{ €}$$

- a) Minkä vaihtoehdon sijoittaja valitsee, jos arvio tien tulemisen todennäköisyydelle on 0.50? Ratkaise sijoittajan päätösongelma strategiamatriisitekniikkaa ja odotusarvokriteeriä hyväksi käyttäen.
- b) Miten ratkaisu muuttuu, jos arvio tien tulemisen todennäköisyydestä muuttuu? Tarkastele koko väliä  $[0,1]$ .