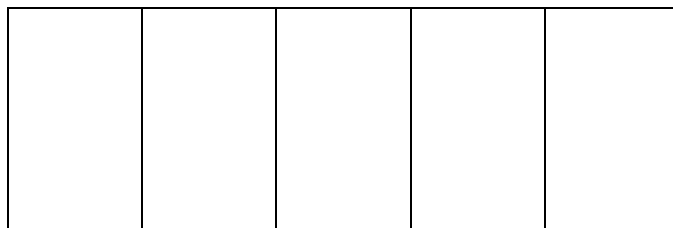


1. Tarkastellaan funktiota $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 + 6x - 7, & \text{kun } x \leq 3 \\ x^2 - 6x + 11, & \text{kun } x > 3. \end{cases}$$

- a) Osoita, että funktio f on jatkuvasti derivoituva koko \mathbb{R} :ssä.
b) Onko funktiolla ääriarvokohtaa? Mikäli on, määritä se ja määritä myös ääriarvon tyyppi.
2. Kennelin pitäjä tekee koirilleen aitauksen, jossa on rinnakkain viisi samanlaista suorakulmion muotoista osastoa siten, että koko aitauksesta muodostuu suorakulmio:



Aita-aineksia on käytettävissä tasan 200 metrin aitaan. Mitkä ovat yhden osaston mitat silloin, kun koko aitauksen ala on mahdollisimman suuri? Mikä on tällöin koko aitauksen ala? Montako prosenttia tämä ala on samasta aita-ainesmäärästä valmistetun mahdollisimman suuren yksiosastaisen aitauksen alasta?

3. Funktiolla $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = 3x^4 + 4x^3 + 6x^2 - 120x + 24$$

on minimikohta positiivisen x -akselin alueella.

- a) Ratkaisematta minimikohdan arvoa osoita analyttisesti, että yllä esitetty väite pitää paikkansa.
b) Etsi edellä tarkoitetun minimikohdan kolmidesimaalinen likiarvo jollakin numeerisen analyysin menetelmällä.
4. Tarkastellaan funktiota $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x, y) = x^3 + y^2 - xy - x.$$

- a) Etsi funktion ns. kriittiset pisteet (= mahdolliset ääriarvokohdat).
b) Selvitä kriittisten pisteiden laatu analyttisesti (tutki ääriarvon olemassaolo ja myönteisessä tapauksessa selvitä sen tyyppi).
c) Onko jokin ääriarvokohdista funktion globaali minimi- tai maksimikohta?

5. Tarkastellaan rajoitettua epälineaarista optimointiongelmaa

$$\text{Max } f(x, y) = 2x + y$$

$$\text{ehdoin } x^2 + y \leq 5$$

$$xy \geq 2$$

- a) Ratkaise optimointitehtävä analyyttisesti (Langrangen funktiota hyödyntäen).
- b) Tarkista tulos ja havainnollista sekä menetelmän vaiheet että ratkaisu graafisesti.