

1. Piensijoittaja on osakemarkkinoihin liittyvän pitkän laskukauden ja yleisen epävarmuuden johdosta pitkään operoinut pelkästään korko- ja obligaatiomarkkinoilla. Nyt hän on kuitenkin harkitsemassa paluuta myös osakesijoittajaksi. Ennen siirtymistään hän kuitenkin haluaisi riittävän varmuuden sille, että osakemarkkinoilla tapahtuisi käänne suotuisampaan kurssikehitykseen.

Sijoittaja on tutustunut alan asiantuntijoiden laatimiin markkinanäkymiin ja tullut niistä siihen lopputulokseen, että yleinen arvio suotuisan kehityksen ("bull market") todennäköisyydelle on 0.60 ja laskevan kehityksen ("bear market") todennäköisyydelle 0.40.

Sijoittaja ei lopulta halua kuitenkaan tehdä päätöstään pelkästään tämän yleisen käsityksen perusteella vaan haluaa vahvistuksen markkinanäkymille hyvältä ystävältään, jonka tietää menestyneen hyvin sijoitustoiminnassaan. Ystävä onkin valmis antamaan osakemarkkinoiden yleistä suotuisaa kehitystä tukevan tai laskevasta kehityksestä varoittavan lausunnon oman näkemyksensä mukaisesti. Sijoittajan käsitys ystävän osumatarkkuudesta on sellainen, että bull market tilanteissa tämä on osunut oikeaan (antanut suotuisaa kehitystä tukevan lausunnon) 90 %:ssa tapauksia, mutta bear market tilanteissa hänen arvionsa ovat jakautuneet tasan myönteisen kehitysarvion ja varoittavan lausunnon kesken.

- a) Yllä olevan informaation perusteella, millainen lausunto ystävältä on odotettavissa? Onko todennäköisempää, että hän arvioi markkinakehityksen suotuisaksi kuin että hän varoittaisi laskevan kehityksen jatkuvan?
- b) Jos ystävä arvioi kurssikehityksen suotuisaksi, miten tämä muuttaa sijoittajan alkupe-
räistä, yleiseen näkemykseen perustuvaa arviota suotuisan markkinakehityksen toden-
näköisyydestä? Entä siinä tapauksessa, kun ystävä varoittaa edelleen jatkuvasta lasku-
kaudesta?
2. Maanviljelijä harkitsee tulevan satokauden viljelyohjelmaansa kahden vaihtoehdoisen la-
jikkeen, maissin ja soijapavun kesken. Tähän asti maanviljelijä on viljellyt vuosittain tuo-
tanto-ohjelmaa vaihdellen useita eri vilja- ym. lajeja, jatkossa hänen tarkoituksensa on
keskittyä yhteen lajikkeeseen, jompaankumpaan edellä mainituista. Kokemus on osoitta-
nut, että näiden kahden tuotteen hinnat liikkuvat suhdanteiden mukana samaan suuntaan,
mutta muutosten suuruudet vaihtelevat. Hintakehitys on joko nouseva, ennallaan pysyvä
tai laskeva. Todennäköisyydet näille eri hintakehityksille ovat 0.25, 0.30 ja 0.45. Jos hin-
takehitys on nouseva, keskittyminen maissiin tuottaa 30000 € nykyistä tuottoa suuremman
tuoton. Soijapapua viljelemällä tuotto nousee vain 10000 €:lla. Jos hinnat säilyvät ennal-
laan, sekä maissiin että soijapapuun keskittyminen johtaa nykyisen suuruiseen tuottoon.
Laskevien hintojen tapauksessa maissin viljely johtaa 35000 € menetykseen (nykytuot-
toon verrattuna) ja soijapavun viljely 5000 € menetykseen. Maanviljelijän on mahdollista
myös luopua viljelystä ja vuokrata tiluksensa laidunmaaksi. Hän on saanut tarjouksen ny-
kytuottoa vastaavasta vuokrasummasta viljelystuotteiden hintakehityksestä riippumatta.
- a) Minkä toimintamuodon maanviljelijä valitsee vastaisuudessa? Hän perustaa päätök-
sensä odotettavissa olevan tuoton maksimointiin.

- b) Suuriko on hinta, jonka maanviljelijä ”joutuu maksamaan” tulevaan hintakehitykseen liittyvästä epävarmuudesta, ts. paljonko maanviljelijän odotettavissa oleva tuotto nousisi, jos hänellä olisi etukäteen tiedossaan tulevan kauden hintakehitys?
3. Oletetaan, että tehtävän 2 päätöstilanteessa maanviljelijä voi saada tuotteidensa tukkuostajalta ”luotettavaa” tietoa maanviljelystuotteiden seuraavan satokauden hintakehityksestä. Tämä tukkuri luonnehtii seuraavan satokauden hintakehitystä joko suotuisaksi tai epäsuotuisaksi. Tukkuri esittää, että hän on aikaisemmin onnistunut arvioissaan seuraavan taulukon ilmoittamalla tavalla:

$P(a_j s_i)$	a_1	a_2
s_1	0.85	0.15
s_2	0.50	0.50
s_3	0.15	0.85

Taulukossa a_1 merkitsee tukkurin arviota ”suotuisa hintakehitys” ja a_2 arviota ”epäsuotuisa hintakehitys”. Maailmantilat $s_1 - s_3$ kuvaavat todella toteutuneita hintakehityksiä ”nou-seva”, ”ennallaan pysyvä” ja ”laskeva”.

- a) Ratkaise maanviljelijän päätösongelma tässä uudessa tilanteessa, ts. tilanteessa, jossa hänellä on käytettävissään tukkuostajan arvio tulevasta tuotteiden yleisestä hintakehityksestä.
- b) Onko tukkurin hinta-arviosta apua maanviljelijän päätöksenteossa. Jos on, niin millä tavalla hän voi sitä hyödyntää? Suuriko on tuon hintakehitysarvion taloudellinen merkitys maanviljelijälle?
4. Kahdella päätöksentekijällä A ja B on samanlainen suhtautuminen riskiin. Molemmat ovat riskinkarttajia hyötyfunktion

$$\pi(x) = 1 - e^{-x}$$

mukaisesti (huomaa, että funktiolla $\pi(x)$ on indifferenssifunktion ominaisuudet arvoalueella $x \geq 0$).

Päätöksentekijällä A on hallussaan satunnaishyödyke, jonka arvo realisoitaessa on joko 0 tai 1 rahayksikköä. Arvot 0 ja 1 ovat keskenään yhtä todennäköisiä. Päätöksentekijällä B puolestaan on käytössään 1 rahayksikkö rahaa.

A ja B käyvät satunnaishyödykkeestä kauppaa. A määrittää (alimman mahdollisen) myyntihintansa siten, että hänen kokemansa hyöty satunnaishyödykkeestä sitä realisoitaessa muodostuu yhtä suureksi kuin hänen myyntihinnasta saamansa hyöty; A on siis tällöin indifferentti myynti- ja pito+realisointi -vaihtoehtojen välillä. B:n (korkein mahdollinen) ostohinta taas määräytyy ehdosta, että hän on indifferentti osto+realisointi -vaihtoehdon ja ostamatta jättämisen välillä.

Osoita, että näillä edellytyksillä kauppa syntyy, ts. A:n pyytämä hinta ja B:n tarjoama hinta muodostuvat samoiksi. Suuriko tämä kauppahinta on?

5. Tarkastellaan normaalimuodossa annettua päätöksentekotilannetta, missä on kaksi eri maailmantilaa (θ_1 ja θ_2) sekä päätöksentekijän viisi eri toimintastrategiaa ($a_1 - a_5$). Strategioiden ehdolliset arvot eri maailmantilavaihtoehdoille ($V(a_j | \theta_i)$, $i=1,2$; $j=1,\dots,5$) ovat alla olevan taulukon mukaiset:

$V(a_j \theta_i)$	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5
θ_1	70	90	20	30	40
θ_2	-40	-30	70	90	50

- Etsi ja poista luettelosta dominoidut strategiat. Huomaa sekä yhden strategian puhtaasti dominoimat strategiat että kahden puhtaan strategian muodostaman sekastrategian dominoimat strategiat.
- Piirrä kaikki strategiat v_1v_2 -koordinaatistoon, missä v_1 kuvaa strategioiden ehdollisia arvoja maailmantilassa θ_1 ja v_2 maailmantilassa θ_2 vastaavasti. Merkitse kuvioon edellä löydetyt dominoidut strategiat ja Pareto-optimaalisten strategioiden muodostama tehokas pinta.
- Etsi päätösongelman optimiratkaisu eri maailmantilatodennäköisyyksien arvoilla, ts. kuvaa, miten ratkaisu muuttuu, kun $p = P(\theta_1)$ muuttuu $0 \rightarrow 1$.