

Tehtävä 1.

Kahdessa ulkonäöltään identtisessä läpinäkymättömässä materiaalista valmistetussa urnassa on 8 samankokoista palloa kummassakin. Uurnan I palloista puolet on valkoisia ja puolet mustia. Uurnan II palloista 6 on valkoista ja 2 mustaa. Umpimähkään valitusta urnasta nostetaan täysin satunnaisesti kaksi palloa, joiden väri-tyt todetaan (molemmat pallot siis nostetaan samasta urnasta).

- Millä todennäköisyydellä nostetut pallot ovat keskenään samanväriset?
- Kuinka suuri osa sellaisista nostoista, jotka johtavat kahteen samanväriseen palloon, antaa tulokseksi kaksi valkoista palloa?
- Eräällä koekerralla saatiin tulokseksi kaksi valkoista palloa. Millä todennäköisyydellä pallot ovat peräisin urnasta I?

Tehtävä 2.

Pelikasinossa on tarjolla seuraava nopanheittopeli. Ensimmäisessä vaiheessa pelaaja valitsee, pelaako hän "parillinen/pariton" vai "silmäluku" -vaihtoehdon mukaan. Jos hän valitsee "silmäluku" -vaihtoehdon, hänen lopullinen (brutto) voittonsa määräytyy seuraavasti:

Silmäluku:	1	2	3	4	5	6
Voitto (mk):	0	0	6	12	18	24

Jos pelaaja taas valitsee "parillinen/pariton" -vaihtoehdon, niin parillisella silmäluvulla hän voittaa suoraan 6 mk ja parittomalla silmäluvulla seuraa uusi nopanheitto "parillinen/pariton" tai "silmäluku" -valintoineen. "Silmäluku" -vaihtoehdon voittojakauma tässä toisessa vaiheessa on

Silmäluku:	1	2	3	4	5	6
Voitto (mk):	0	6	12	18	30	42

"Parillinen/pariton" -vaihtoehdossa parillinen antaa 24 mk ja pariton 6 mk.

- a) Esitä peli päätöspuun muotoisena kaaviona. Kaaviossa erota selvästi toisistaan sattumasolmut ja päätösolmut. Sattumasolmuihin liittyviin tapahtumiin merkitse niiden todennäköisyydet samoin kuin rahalliset seuraamukset. Päätösolmuihin liittyviin valintavaihtoehtoihin merkitse niinkään niiden rahalliset seuraamukset.
- b) Ratkaise päätöspuu ja päättele sen perusteella, paljonko peliin osallistumisesta kannattaa enintään maksaa.
- c) Esitä sanallisesti pelaajan optimistrategia

Tehtävä 3.

Yrityksen suunnitelmiin sisältyy erään erikoistuotteen valmistuksen aloittaminen. Tämä edellyttää huomattavan tehdasinvestoinnin toteuttamista. Tehdasinvestoinnin osalta on päädytty kahteen vaihtoehtoiseen toteutusmuotoon:

- 1) Rakennetaan heti 35 000 kappaleen tuotantokapasiteetin omaava tehdas. Sen rakennuskustannukset ovat nykyisen hintatason mukaan 30 milj. markkaa. Tehtaan juoksevat kiinteät kustannukset ovat 1,6 milj. markkaa vuodessa.
- 2) Rakennetaan aluksi 15 000 kappaleen tuotantokapasiteetin omaava tehdas, jota voidaan 5 vuoden kuluttua tarvittaessa laajentaa 35 000 kappaleen kokonaiskapasiteetin omaavaksi tehtaaksi. Pieni tehdas maksaa 16 milj. markkaa ja sen laajennus (kyseisen vuoden rahassa laskettuna) 18 milj. markkaa. Pienen tehtaan vuotuiset kiinteät kustannukset ovat 750 000 markkaa vuodessa ja laajennuksen jälkeen (mikäli laajennus toteutetaan) 1,6 milj. markkaa vuodessa.

Valmistettavan tuotteen budjetoitu kate on 300 markkaa kappaleelta. Tuotteen kysynnästä on tehty markkinatutkimus ja sen mukaan kysyntämäärät ovat alkuvuosina 1–5 seuraavat:

Kysyntä (kpl/vuosi)	35 000	20 000	8 000
Todennäköisyys	0.25	0.50	0.25

Alkuvuosina toteutuneen kysynnän arvioidaan kuvaavan hyvin myös myöhempien vuosien 6–15 kysyntää sillä poikkeuksella, että alkuvuosien liian pieni kapasiteetti ("ei oo" -myynti) alentaa 50%:n todennäköisyydellä loppuvuosien kysyntää 30%:lla alkuvuosina toteutuneesta (ja 50%:n todennäköisyydellä kysyntä säilyy ennallaan).

Investoinnin kannattavuuslaskelmat perustetaan nykyarvomenetelmään. Laskentakorkona käytetään 10%:a ja molemmissa vaihtoehdoissa sovelletaan 15 vuoden pitoaikaa (mahdollisen laajennuksen osalta 10 v). Tehtaiden jäännösarvot oletetaan nolliksi. Kannattavuutta tarkastellaan ennen veroja. Jaksollisten maksujen diskonttaustekijän arvot 10%:n korolla ovat 3.79 (5 v), 6.14 (10 v) ja 7.61 (15 v).

- a) Onko suunniteltu valmistustoiminta yleensä kannattavaa? Kumpi esitetyistä perusvaihtoehdoista on kannattavampi?
- b) Millä alkuvuosien kysynnän arvoilla vaihtoehdon 2 laajennusinvestointi on kannattava?
- c) Suuriko on investointipäätöstilanteeseen liittyvä täydellisen informaation arvo (EVPI)?

Tehtävä 4.

Päätöksentekijän hyötyfunktion on estimoitu noudattavan eksponentiaalista lakia seuraavasti:

$$V(x) = 1 - e^{-0.0002(x + 3000)}.$$

Päätöksentekijän on määritettävä riskitön vaihtoarvo satunnaishyödykkeelle, jonka tulemavaihtoehdot ja niiden todennäköisyydet tunnetaan seuraavasti:

Maailmantila	Tulos	Todennäköisyys
1	-2 000	0.3
2	2 000	0.5
3	7 000	0.2

- a) Suuriko on päätöksentekijän riskitön vaihtoarvo (RVA, CME) ko. hyödykkeelle?
- b) Suuriko on satunnaishyödykkeeseen sisältyvästä riskistä aiheutuva päätöksentekijän riskipreemio?

Tehtävä 5.

Tarkastellaan normaalimuodossa esitettyä päätöksenteko-ongelmaa, missä on kaksi eri maailmantilaa (1 ja 2) sekä viisi päätöksentekijän strategiavaihtoehtoa (1, 2, 3, 4 ja 5). Strategioiden ehdolliset arvot eri maailmantilavaihtoehdoilla, merk. $V(i | j)$, $i = 1, 2$; $j = 1, 2, \dots, 5$, ovat alla olevan taulukon mukaiset:

$V(i j)$	1	2	3	4	5
1	20	40	50	80	100
2	80	100	60	-30	-20

- a) Mitkä taulukon strategioista ovat väistyviä eli dominoituja, ts. strategioita, joita joko jokin taulukon (puhtaista) strategioista tai puhtaisten strategioiden lineaarisena yhdelmänä muodostettu sekastrategia dominoi? Mitkä strategioista ovat tehokkaita eli Pareto-optimaalisia?
- b) Kun on annettu $P(\sigma_1) = 0.7$ ja $P(\sigma_2) = 0.3$, niin mikä on optimistrategia (kriteerinä strategian ehdollisten arvojen odotusarvon maksimointi)?
- c) Vapaudutaan olettamuksesta $P(\sigma_1) = 0.7$. Millä parametrin $p = P(\sigma_1)$ arvoilla kohdassa b) löydetty strategia säilyy optimistrategiana?