

**Tehtävä 1.**

Vakuutusyhtiön tilaston mukaan erään suurkaupunkialueen autoilijoiden (ajokortin omaavien kuljettajien) onnettomuusriski (autoilijan todennäköisyys joutua onnettomuuteen vuoden pituisena ajanjaksona) riippuu autoilijan iästä ja sukupuolesta seuraavan taulukon mukaisesti:

|           |        | Autoilijan ikä |          |
|-----------|--------|----------------|----------|
|           |        | 18 - 20 v      | Yli 20 v |
| Sukupuoli | Mies   | 10,00%         | 1,75%    |
|           | Nainen | 4,00%          | 2,50%    |

Alueen ajokortit jakaantuvat vastaavien henkilöryhmien kesken seuraavasti:

|           |        | Autoilijan ikä |          |
|-----------|--------|----------------|----------|
|           |        | 18 - 20 v      | Yli 20 v |
| Sukupuoli | Mies   | 8%             | 45%      |
|           | Nainen | 7%             | 40%      |

- Tarkasteltavalla alueella tiedetään olevan 50 000 ajokortin omaavaa asukasta. Kuinka monen näistä voidaan odottaa joutuvan kuljettajan ominaisuudessa auto-onnettomuuteen vuoden pituisena ajanjaksona?
- Suuretko ovat onnettomuusriskit alueella ryhmissä "miehet" ja "naiset"? Entä ikäryhmissä "18 - 20 v" ja "yli 20 v"?
- Tarkastellaan yksittäistä alueella sattunutta auto-onnettomuutta. Onko kuljettaja todennäköisemmin iältään 18 - 20 v vai yli 20 vuotta? Entä mihin neljästä kuljettajaryhmästä hän todennäköisimmin kuuluu?

**Tehtävä 2.**

Öljy-yhtiössä pohditaan, pitäisikö yhtiön hallussa oleva valtaus myydä heti ( $a_1$ ), pitää vielä vuosi ja myydä sitten ( $a_2$ ) vai porata itse heti ( $a_3$ ). Valtauksen myymisestä saisi nyt USD 12.5 milj. Vuoden kuluttua valtauksesta saisi arvioiden mukaan USD 44.0 milj., mikäli öljyn hinta tällä välillä nousisi “merkittävästi” (merkittävän nousun todennäköisyys on 0.10), muussa tapauksessa USD 11.0 milj. Jos taas päätetään porata heti, ovat porauskustannukset USD 20 milj. ja saatavien öljyn nettotuottojen (porauskustannukset pois lukien) nykyarvot valtauksen (ennen porauksen suorittamista tuntemattomasta) laadusta riippuen:

| Valtauksen laatu | Todennäköisyys | Tuotto (milj. USD) |
|------------------|----------------|--------------------|
| Kuiva            | 0.50           | 0                  |
| Lähteinen        | 0.40           | 40                 |
| Öljylähde        | 0.10           | 150                |

Tuottojen nykyarvon laskennassa on käytetty (ja käytetään) laskentakorkokantana 10% p.a. **Esitä perusteltu suosituksesi öljy-yhtiön menettelyksi valtauksen suhteen.**

**Tehtävä 3.**

Diego Ramirez, kalifornialaisen Hidalgo-nimisen pikkukaupungin läheisyydessä sijaitsevan San Joaquinin laakson Ramirez-tilan omistaja, pohti seuraavaa ongelmaa elokuun loppupuolella 1998. Diego sopimusviljelee Thompsonin siemenetömiä viinirypäleitä ja hänen ongelmanaan on päättää, mitä hän tekee nille rypäille, joita hän tuottaa yli sopimuksessa olevan määrän.

Thompsonin siemenetön rypäle on monikäyttöinen lajike, jota voidaan käyttää tuoremehun valmistukseen tai sellaisenaan tuorehedelmänä, siitä voidaan tehdä laadukasta punaviiniä tai rypäleet voidaan kuivata auringossa rusinoiksi. Sopimus koskee rypäleiden tuoremehu- ja tuorehedelmäkäyttöä. Sopimus Thompson-yhtiön kanssa tehdään aina kasvukauden alussa, muu osa sadosta voidaan kauden loppupuolella suunnata joko viinin ja/tai rusinoiden tuotantoon.

Päätös sopimuksen ylittävän sadon käytöstä tehdään tavallisesti elokuussa ja tehtyä päätöstä ei voida enää muuttaa, sillä loppukauden viljely- ja korjuutoimenpiteet ovat kummallekin tuotantosunnalle erilaiset. Päätöksenteon jälkeiset sääolosuhteet ovat satotuloksen kannalta kriittiset ja ne ovat tunnetusti vaikeasti ennakoitavissa. Rusinat kuivataan Hidalgossa taivasalla auringossa, joten tähän aikaan ajoittuva sadekaus aiheuttaa raskaita tappioita rusinankuivaajalle. Viinin valmistukseen käytettävät rypäleet kerätään köynnöksistä huomattavasti myöhemmin, joten sateet eivät tällöin aiheuta yhtä suuria menetyksiä.

Diegolla oli v. 1998 100 ha sopimuksin kiinnittämätöntä rypäleviljelyä, jonka hän voi allokoida kolmella eri tavalla:

- (1) koko sato rusinoiksi
- (2) koko sato viinin valmistukseen
- (3) puolet sadosta rusinoiksi, puolet viiniksi.

Sään ennustuksen suhteen Diego luottaa kokemukseensa ja aikaisempiin havaintoihinsa. Hänellä on muistiinpanot säästä koko siltä 20 vuoden ajalta, jonka hän on tilaansa viljellyt. Satokauden lopun sääolosuhteet ovat olleet seuraavat:

| Vuosi | Sateisuus      | Vuosi | Sateisuus      |
|-------|----------------|-------|----------------|
| 1978  | Kuiva          | 1988  | Kuiva          |
| 1979  | Hieman sadetta | 1989  | Märkä          |
| 1980  | Märkä          | 1990  | Kuiva          |
| 1981  | Hieman sadetta | 1991  | Kuiva          |
| 1982  | Kuiva          | 1992  | Hieman sadetta |
| 1983  | Hieman sadetta | 1993  | Hieman sadetta |
| 1984  | Kuiva          | 1994  | Kuiva          |
| 1985  | Märkä          | 1995  | Kuiva          |
| 1986  | Kuiva          | 1996  | Märkä          |
| 1987  | Kuiva          | 1997  | Hieman sadetta |

Diego on myös arvioinut odotettavissa olevan tuoton (USD/ha) eri tuotelinjoille eri sääolosuhteissa. Diego arviot on esitetty seuraavassa taulukossa.

| Sääolot        | Rusinoita | Viiniä | Rusinoita ja viiniä |
|----------------|-----------|--------|---------------------|
| Kuiva          | 600       | 400    | 500                 |
| Hieman sadetta | 500       | 300    | 400                 |
| Märkää         | -200      | 200    | 100                 |

**(a) Kuvaa Diego Ramirezin päätösongelma päätöspuuna ja ratkaise se. Diego on päätöksenteossaan odotusarvoilija.**

Koska San Joaquinin laaksossa on paljon rypäleviljelijöitä ja koska ailahtelevilla sääoloilla on niinkin ratkaiseva merkitys sadosta saatavaan tuottoon, ovat myös sääennustukseen keskittyneet "yritykset" tulleet markkinoille. Diegon luoksekin saapui Joseph Barnes -niminen mieshenkilö, joka esittäytyi Elements Prognosticator -yrityksen edustajaksi ja esitti Diegolle seuraavan tarjouksen:

"Olemme kehittäneet taidokkaan säätestin, joka, vaikka ei toimikaan 100-prosenttisen luotettavasti, antaa varsin hyviä viitteitä tulossa olevasta säätyypistä. Mikäli tulossa on kuiva loppukausi, testi ennakoi sen 70%:n varmuudella. Se voi

kuitenkin erehtyä ennakoimaan vähäsateista kautta (20%) tai kovia sateita (10%) tällaisessakin tapauksessa. Mikäli tulossa on vähäsateinen loppukausi, testi ennakoi sen 50%:sti oikein, 20%:ssa tapauksista se ennakoi kuivaa syksyä ja 30%:ssa tapauksista ennustaa kovia sateita. Sadekauden tapauksessa testin luotettavuus on 60%, kuivaa loppukautta tai lieviä sateita ennustetaan kumpiakin 20%:ssa tapauksia. Koska säätestimme ei ole täysin luotettava, se ei myöskään ole kallis. Palataan hintakysymyksiin huomenna. Jätän tutkittavaksenne ja päätöksentekonne perustaksi säätestiämme koskevia esitteitä ja tutkimustuloksia.”

Ennen kuin Diego ehti muodostaa kantaansa Barnesin tarjouksen suhteen, hän sai vielä toisenkin vieraan. Vieras esittäytyi Phil Jonikiksi ja tämä käytti seuraavan puheenvuoron:

“Näin Joe Barnesin lähtevän juuri luotanne ja arvaan, millä asioilla hän liikkui. Joe on kelpo veikko, mutta hänen kehittämänsä säätesti on vasta kehitystyönsä alkuvaiheissa. Puolueettomat tutkimustulokset (jotka Barnes oli rehellisesti Diegolle esittänyt, tehtävän laatijan huomautus) osoittavat, että testin tulokseen liittyy varsin suuria epävarmuustekijöitä. Itse sen sijaan olen vanha tekijä alalla. Voinkin tarjota teille testin, joka 100%:n varmuudella ennakoi oikein tulossa olevan säätyypin. Testini on luonnollisesti kalliimpi kuin Barnesin epäluotettava testi, mutta vastapainoksi se antaa varman ennusteen tulevasta säästä ja auttaa siten teitä valitsemaan parhaan mahdollisen tuotantotavan. Jätän esitteitä ja tutkimustuloksia tarkasteltavaksenne ja palaan huomenna asiaan.”

Diego tarvitsi nyt hetken aikaa toipuakseen hämmennyksestä, johon esittelijät olivat hänet saattaneet. Pian hän kuitenkin ryhtyi toimeen, meni kellariin, etsi käsiinsä suuren paketin parhaita rusinoitaan, pullon parasta viiniään ja siirtyi puun siimekseen analysoimaan uutta ongelmaansa.

- (b) Onko Barnesin testistä mitään hyötyä Diegolle (odotusarvokriteeri edelleen käytössä)? Jos testi osoittautuisi puutteistaan huolimatta hyödylliseksi, paljonko siitä enintään kannattaisi maksaa (oletetaan testimenettelyn pitoajaksi 10 v, korkoa ei lasketa)?
- (c) Paljonko Jonikin 100%:n luotettava testi parantaisi Diegon odotettavissa olevaa tuottoa? Paljonko siitä enintään kannattaisi maksaa (10 v:n pitoaika, ei korkoa)?

#### Tehtävä 4.

Päätöksentekijän hyötyfunktio noudattaa ns. negatiivista eksponenttilakia:

$$u(x) = 1 - e^{-0.001 x}.$$

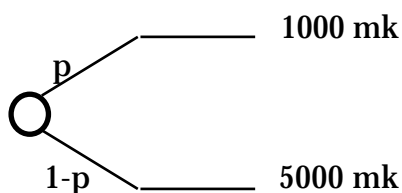
- a) Tutki päätöksentekijän suhtautumista riskiin funktion  $u(x)$  ominaisuuksien perusteella.

- b) Funktio  $u(x)$  ei ole "raiffalainen" -indifferenssifunktio. Miksi ei? Sen sijaan katkaistu  $u(x)$ , merk.  $\hat{u}(x)$ ,

$$\hat{u}(x) = 1 - e^{-0.001x}, \text{ kun } 0 \leq x \leq 10\,000$$

voidaan tulkita -indifferenssifunktion varsin hyväksi approksimaatioksi. Osoita tämä.

- c) Missä rajoissa  $p$  voi vaihdella, jotta yllä esitetyn riskikäyttäytymisen omaava päätöksentekijä preferoisi satunnaishyödykettä



ennen varmuudella saamaansa 2000 mk:n palkintoa?

### Tehtävä 5.

Eräs hyväntekeväisyysjärjestö järjestää eräässä merenrantakaupungissa vuosittain kesällä vesikarnevaalitapahtuman. Tapahtumasta saatava tuotto riippuu ratkaisevasti tapahtuman aikana vallitsevasta säästä. Aurinkoisella säällä tapahtuman odotettu tuotto on 0.5 milj. mk, pilvisellä säällä päästään juuri ja juuri omilleen ja sateella on odotettavissa 0.75 milj. mk:n tappio. Vuoden karnevaalitapahtuma on mahdollista peruuttaa, mikäli se tehdään riittävän aikaisin keväällä (ennen rakennelmien tekoa, sopimusten vahvistamista yms.). Peruutuksesta aiheutuu kuitenkin kuluja 50 000 mk (alustavien varausten ja sopimusten purkaminen yms.). Tämän lisäksi on mahdollista lykätä päätöksenteko karnevaalin kohtalosta vasta viikkoa ennen H-hetkeä tapahtuvaksi. Viikkoa ennen karnevaalia on käytettävissä pitkän tähtäyksen melko luotettava ennuste karnevaalipäivän säälle. Päätöksenteon siirtäminen näin myöhäiseksi aiheuttaa kuitenkin lisäkustannuksia. Mikäli karnevaalien lopullinen järjestämispäätös tehdään vasta tällöin, syntyy ylitöinä tehtävistä rakennelmista ym. toimenpiteistä 100 000 mk:n ylimääräiset kulut. Mikäli taas karnevaalin pidosta tässä vaiheessa luovutaan, joudutaan peruutus- ym. korvauksia maksamaan yhteensä 100 000 mk.

Hyväntekeväisyysjärjestö joutuu siis tekemään päätöksen sekä karnevaalin pitoa koskevan päätöksenteon ajankohdasta (keväällä, jolloin luotettavaa sääennustetta ei ole käytettävissä vs. viikkoa ennen tapahtumaa, jolloin kohtuullisen luotettava ennuste jo on käytössä) että varsinaisesta järjestämisestä (järjestetään vs. ei järjestetä). Ratkaise hyväntekeväisyysjärjestön päätösongelma **strategiamatrii-**

**sitekniikalla**, kun käytettävissä ovat seuraavat karnevaaliajankohdan säähän ja sääennusteen luotettavuuteen liittyvät tiedot:

Karnevaalipäivän sää historiatietojen valossa:

| Sadetta | Pilvistä | Aurinkoista |
|---------|----------|-------------|
| 0.1     | 0.2      | 0.7         |

Viikon päähän ulottuvan sääennusteen luotettavuus. Ennustetaan sadetta (ES), pilvistä (EP) tai aurinkoista (EA), kun todellinen tuleva säätyyppi on sateinen (S), pilvinen (P) tai aurinkoinen (A) seuraavasti:

|                   |                   |                   |
|-------------------|-------------------|-------------------|
| $P(ES   S) = 0.7$ | $P(EP   S) = 0.2$ | $P(EA   S) = 0.1$ |
| $P(ES   P) = 0.2$ | $P(EP   P) = 0.6$ | $P(EA   P) = 0.2$ |
| $P(ES   A) = 0.1$ | $P(EP   A) = 0.2$ | $P(EA   A) = 0.7$ |

Huomaa, että ongelmassa on kolme maailmantilavaihtoehtoa (karnevaalipäivän sää) ja kymmenen mahdollista strategiaa. Strategioista 2 liittyy jo keväällä tehtävään lopulliseen päätökseen tapahtuman järjestämisestä tai peruuttamisesta ja 8 lopullisen päätöksenteon siirtämiseen viikkoa ennen karnevaalipäivää tapahtuvaksi ja tuolloin käytettävissä olevaa sääennustetta hyödyntäväksi. Strategioista 6 on loogisesti ("talonpoikaisjärjellä") pääteltävissä ei-tehokkaiksi (laskelmat, joita ei nyt tarvitse esittää, osoittaisivat nämä strategiat dominoiduiksi). Jäljelle jää 4 tehokasta strategiaa. Määritä niiden ehdolliset arvot (odotusarvoina) eri maailmantilavaihtoehdoille ja esitä nämä strategiamatriisina sekä etsi lopuksi hyvän-  
tekeväisyysjärjestön optimistrategia odotusarvon maksimointikriteeriä käyttäen.