

# DYNAAMISET SYSTEEMIT 1998

## 2. uusintatentti 15.5.1998

1. Tarkastellaan yrityksen hetkellä  $t=0$  tekemää investointia ja siihen liittyvää (netto)tulovirtaa. Investointimenon suuruus olkoon  $N_0$ . Korkokanta olkoon  $i$  (yksikkönä  $1/v$ ).

a) Oletetaan tulovirta jatkuvaksi. Merkitään tulovirtaa symbolilla  $n(t)$ . Korkoa lasketaan niin ikään jatkuvasti. Laadi investoinnin nykyarvolle  $N(t)$  (= tulovirtaa on kertynyt hetkeen  $t$  saakka) differentiaaliyhtälömalli ja ratkaise tästä differentiaaliyhtälöstä nykyarvon lauseke. Minkä muodon lauseke saa, kun tulovirta on vakio ( $= n$ )? Investoinnin jäännösarvoa ei oteta tarkasteluissa huomioon.

b) Oletetaan toiseksi, että tulot kertyvät (ainakin kirjataan) diskreetisti aina kunkin vuoden lopussa. Korkokausi on niin ikään vuosi. Laadi nykyarvon kehitystä kuvaava differenssiyhtälömalli ja ratkaise se vakiona pysyvän tulosarjan tapauksessa.

2. Ratkaise seuraava differentiaaliyhtälö

$$x \cdot y' - y = 2x.$$

3. Etsi differentiaaliyhtälön  $y'' + y' = -5$  yleinen ratkaisu sekä se yksityisratkaisu, jonka kuvaajalla on x-akseli tangenttina origossa.

4. Kakkutaikina, jonka lämpötila on  $21^\circ\text{C}$ , pannaan paistumaan uuniin, joka pysyy vakiolämpötilassa  $225^\circ\text{C}$ . Kypsyvän kakun lämpötilan muutos aikayksikössä on suoraan verrannollinen uunin lämpötilan ja kakun lämpötilan erotukseen. Kymmenen minuutin kuluttua kakun lämpötila on  $67^\circ\text{C}$ . Määritä kakun lämpötila  $T$  ajan  $t$  funktiona. Määritä funktion  $T(t)$  avulla kakun lämpötila 40 minuutin kuluttua sen uuniin panosta. Milloin uuniin unohtuneen kakun lämpötila saavuttaa mallin mukaan uunin lämpötilan? (Pitkän matematiikan tehtävä ylioppilaskirjoituksissa keväällä 1998).

5. Ratkaise seuraava differenssiyhtälöryhmä

$$x_{t+1} = 0.70 x_t + 0.30 y_t$$

$$y_{t+1} = 0.10 x_t + 0.75 y_t + 15$$

$$x_0 = 225, y_0 = 25$$

Onko ratkaisu stabiili? Miksi on tai miksi ei ole?