

DYNAAMISET SYSTEEMIT 1998

1. uusintatentti 17.4.1998

1. Tarkastellaan yrityksen hetkellä $t=0$ tekemää investointia ja siihen liittyvää (netto)tulovirtaa. Investointimenon suuruus olkoon N_0 . Korkokanta olkoon i (yksikkönä $1/v$).

- Oletetaan tulovirta jatkuvaksi. Merkitään tulovirtaa symbolilla $n(t)$. Korkoa lasketaan niin ikään jatkuvasti. Laadi investoinnin nykyarvolle $N(t)$ (= tulovirtaa on kertynyt hetkeen t saakka) differentiaaliyhtälömalli ja ratkaise tästä differentiaaliyhtälöstä nykyarvon lauseke. Minkä muodon lauseke saa, kun tulovirta on vakio ($= n$)? Investoinnin jäännösarvoa ei oteta tarkasteluissa huomioon.
- Oletetaan toiseksi, että tulot kertyvät (ainakin kirjataan) diskreetisti aina kunkin vuoden lopussa. Korkokausi on niin ikään vuosi. Laadi nykyarvon kehitystä kuvaava differenssiyhtälömalli ja ratkaise se vakiona pysyvän tulosarjan tapauksessa.

2. Ratkaise seuraava differentiaaliyhtälö

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y+x}{x}.$$

3. Etsi differentiaaliyhtälön $y'' + y' = 3e^{-x}$ yleinen ratkaisu sekä alkuehdot $y(0) = 0, y(1) = -3$ toteuttava yksitysratkaisu.

4. Kakkutaikina, jonka lämpötila on $21\text{ }^\circ\text{C}$, pannaan paistumaan uuniin, joka pysyy vakiolämpötilassa $225\text{ }^\circ\text{C}$. Kypsyvän kakun lämpötilan muutos aikayksikössä on suoraan verrannollinen uunin lämpötilan ja kakun lämpötilan erotukseen. Kymmenen minuutin kuluttua kakun lämpötila on $67\text{ }^\circ\text{C}$. Määritä kakun lämpötila T ajan t funktiona. Määritä funktion $T(t)$ avulla kakun lämpötila 40 minuutin kuluttua sen uuniin panosta. Milloin uuniin unohtuneen kakun lämpötila saavuttaa mallin mukaan uunin lämpötilan? (Pitkän matematiikan tehtävä ylioppilaskirjoituksissa keväällä 1998).

5. Tutkimuslaitoksessa työskentelevä ekonomisti lähetti työryhmälleen kommentoitavaksi laatimansa mikrotaloudellisen kysyntä-tarjonta -mallin. Lähettykseen käytetyn faksin huonon laadun takia mallin merkit tulostuivat osittain epäselvinä. Kolme eri henkilöä tulkitsivat tulostusjälkeä ja esittivät tulkintoinaan

seuraavat kolme eri mallia. Mallin muuttujat ovat: P_t = tuotteen hinta kaudella t , D_t = tuotteen kysyntä ja S_t = tuotteen tarjonta.

$$\begin{array}{lll} P_{t+1} = P_t + 0.2(S_t - D_t) & P_{t+1} = P_t - 0.2(S_t - D_t) & P_{t+1} = P_t - 0.2(S_t - D_t) \\ S_t = -30 + 0.3P_t & S_t = -30 + 0.3P_t & S_t = 30 + 0.3P_t \\ D_t = 120 - 0.5P_t & D_t = 120 - 0.5P_t & D_t = 120 - 0.5P_t \end{array}$$

Mikä malleista on mielestäsi oikein tai ainakin paras? Perustele valintaasi mallin kunkin kertoimen/parametrin arvon merkillä. Ratkaise oikeana pitämäsi malli (hinnan, kysynnän ja tarjonnan aikaurat) ja määritä näille tasapainoarvot, mikäli ne ovat olemassa.