

**VAASAN YLIOPISTO
TALOUSMATEMATIIKKA
Päätöksenteko epävarmuuden vallitessa
Prof. Ilkka Virtanen**

PERIODITENTTI 11.1.1995

Tarkastellaan luennoillakin esillä ollutta öljynporausongelmaa. Öljy-yhtiöllä on voimassaoleva valtaus tiettyyn maa-alueeseen, josta öljy-yhtiö muiden vastaavien alueiden empiiristen historiatietojen perusteella on päätellyt seuraavaa:

Öljyesiintymän luonne	Esiintymän todennäköisyys	Esiintymän tuoton nykyarvo
Kuiva (1)	0.50	\$ 0
Märkä (2)	0.30	\$120 000
Lähde (3)	0.20	\$270 000

Esiintymän luonteen selvittämiseksi tarvittavien porausten kustannukset (\$ 70 000) eivät sisälly yllä oleviin nykyarvoihin.

Maaperän luonteesta on mahdollista hankkia lisäinformaatiota seismisellä mittauksella, jonka kustannukset ovat \$ 10 000 kohdetta kohti. Seismisen mittauksen tulos on joko ei rakennetta (ER), avoin rakenne (AR) tai suljettu rakenne (SR). Mittauksen tulos on todettu suuntaa antavaksi seuraavan empiirisen aineiston mukaisesti:

- kun mittauksista on sovellettu maaperään, joka myöhemmin porattaessa on osoittautunut kuivaksi, seismisen mittauksen tulokset ovat jakaantuneet ei-rakenteeseen, avoimeen rakenteeseen ja suljettuun rakenteeseen suhteessa 6:3:1
- märän esiintymän tapauksessa mittauksen tulokset ER, AR ja SR ovat suhtautuneet 3:4:3
- lähteen tapauksessa em. tulokset ovat esiintyneet suhteessa 1:4:5

Seismisen mittauksen käyttöä harkittaessa oletetaan, että todennäköisyysarviot voidaan perustaa näihin historiatietoihin.

Tehtävä 1.

a) Jos seismistä mittauksista päätetään käyttää, niin mitkä ovat todennäköisyydet eri tulosmahdollisuuksille ER, AR, SR mittauksessa?

b) Kuinka monessa prosentissa tapauksista seisminen mittaus antaa "oikean kuvan" esiintymän luonteesta (oikealla kuvalla tarkoitetaan tässä sitä, että kuivassa tapauksessa saadaan tulos ER, märässä AR ja lähteen tapauksessa SR)?

c) Oletetaan, että seismisen mittauksen tulos on ollut suljettu rakenne SR. Mitkä ovat todennäköisyydet tapahtumille, että todellinen maailmantila (porausessa selviävä esiintymän luonne) on kuiva, märkä, lähde? Vertaa tätä maailmantilan ex post

todennäköisyysjakaumaa ex ante jakaumaan, so. jakaumaan ennen seismistä mittausta. Miten tulos SR on muuttanut käsitystä öljyesiintymän luonteesta?

Tehtävä 2.

Oletetaan, että öljy-yhtiö on päätöksenteossaan odotusarvoilija, ts. se perustaa valintapäätöksensä odotettavissa olevien tuottojen ja kustannusten odotusarvoihin. Ratkaise öljy-yhtiön päätösongelma alkuosan tietojen ja odotusarvokriteerin perusteella päätöspuuanalyysia käyttäen.

a) Onko poraaminen valtausalueella ylipäättänsä kannattavaa, ts. onko alueella mahdollista päästä porauskustannukset ylittävään tuottojen nykyarvoon?

b) Mikä on seismisen mittauksen odotettavissa oleva arvo päätöstilanteessa? Miten päätös poraamisesta / poraamatta jättämisestä riippuu mittauksen tuloksesta optimitavalla toimittaessa?

c) Seismisen mittauksen tulos on vain suuntaa antava, se voi alun tietojen mukaisesti antaa myös väärän signaalin öljyesiintymän luonteesta. Kuinka suuri on mittauksen tulokseen liittyvän epävarmuuden hinta (ts. kuinka paljon parempi tulos olisi odotettavissa, jos käytettävissä olisikin samalla \$ 10 000 hinnalla maaperän todellisen luonteen varmuudella paljastava mittausmenettely)?

Tehtävä 3.

Porattaessa ilman seismisen mittauksen antamaa lisäinformaatiota öljyesiintymän luonteesta joudutaan keskimäärin joka toinen kerta "hukkaporaukseen" ja \$ 70 000 menetykseen. Öljy-yhtiö haluaakin odotusarvon mukaisen tuloksen lisäksi kontrolliin myös hukkaporausriskin.

a) Kuinka suuri on hukkaporauksen todennäköisyys, kun seismisen mittauksen tulosta käytetään optimitavalla hyödyksi (vrt. tehtävän 2 tulokset)?

b) Oletetaan nyt, että öljy-yhtiö voikin hyväksyä enintään 10%:n riskin (todennäköisyyden 0.10) hukkaporaukselle (ja samalla \$ 70 000 menetykselle). Onko alussa kuvattua seismistä mittausta käytettäessä mahdollista päästä tällaiseen tulokseen? Miten porauspäätös tulee tällöin johtaa seismisen mittauksen tuloksesta?

Tehtävä 4.

Tarkastellaan nyt öljy-yhtiön päätösongelmaa siinä tapauksessa, että yhtiön päätöksenteko on ei-riskineutraali. Päätöksenteon -indifferenssifunktio (hyötyfunktio) oletetaan seuraavan lain mukaiseksi:

$$(1) \quad (x) = 0.5 + 0.0625 (x - 1)^3, \text{ kun } -1 \leq x \leq 3$$

(kaavassa on x :n yksikkönä käytetty \$ 100 000, ts. ennen kaavan käyttöä on kaikki rahamäärät lausuttava näissä yksiköissä).

a) Osoita, että annettu funktio (1) todella on päätöksentekijän -indifferenssifunktio välillä [$\$ -100\,000, \$ 300\,000$], ts. että

- rahasummaan \$ -100 000 liittyvä hyöty on = 0,
- rahasummaan \$ 300 000 liittyvä hyöty on = 1,
- hyöty on monotoonisesti kasvava ko. välillä.

b) Ratkaise öljy-yhtiön päätösongelma, kun yhtiön suhtautuminen riskiin on lain (1) mukainen (ratkaisumenetelmänä edelleen päätöspuuanalyysi).

Tehtävä 5.

Palataan jälleen öljynporausongelman perusmuotoon: tiedot ovat alussa esitetyn mukaiset ja päätöksenteko tapahtuu odotusarvokriteeriä käyttäen. Ratkaistaan ongelma nyt strategiamatriisitekniikkaa käyttäen.

a) Määrittele ongelmalle relevantit strategiat (ohje: loogisesti järkeviä strategioita on kaikkiaan 10 kpl, kaksi strategiaa toiminnalle ilman lisäinformaatiota ja 8 strategiaa tapaukselle, kun käytetään hyväksi seismistä mittausta lisäinformaation hankkimiseksi; loogisesti järkevät strategiat eivät kaikki ole välttämättä tuloksiltaan hyviä). Kiinnitä huomiota määrittelyn yksikäsitteisyyteen ja selkeyteen.

b) Poista strategialuettelosta dominoidut strategiat. Mitkä strategiat jäävät jäljelle tehokkaina eli Pareto-optimaalisina strategioina?

c) Etsi odotusarvokriteerin mukainen optimistrategia. Vertaa tulosta päätöspuuanalyysillä saavuttamaasi tulokseen. Mikä olisi maxmin-kriteerin mukainen optimistrategia?

Huom. Kiinnitä erityistä huomiota käyttämiesi merkintöjen selvyyteen. Näin sekä mallin (pätöspuun) että laskujen yhteydessä. Merkitse myös laskujen vaiheet selvästi näkyviin, pelkällä vastauksella (oikeallakaan) yksinään ei ole arvoa.